

Universidad ORT Uruguay

Instituto de Educación

**Modelación Matemática: estrategias de enseñanza con
herramientas digitales en el Ciclo Básico de Educación Media de
Montevideo (Uruguay)**

Entregado como requisito para la obtención del título de Doctor en Educación

Jorge Gustavo Bentancor Biagas – 207022

Directores de tesis:

Dr. Pablo Rivera Vargas y Dr. Martín Solari Buela

2022

DECLARATORIA DE AUTORÍA

Yo, Jorge Gustavo Bentancor Biagas, declaro que el presente trabajo es de mi autoría.

Puedo asegurar que:

- El trabajo fue producido en su totalidad mientras realizaba el Doctorado en Educación de la Universidad ORT Uruguay.
- En aquellas secciones de este trabajo que se presentaron previamente para otra actividad o calificación de la Universidad u otra institución, se han realizado las aclaraciones correspondientes.
- Cuando he consultado el trabajo publicado por otros, lo he atribuido con claridad.
- Cuando cité obras de otros, he indicado las fuentes. Con excepción de estas citas, la obra es enteramente mía.
- En el trabajo, he acusado recibo de las ayudas recibidas.
- Ninguna parte de este trabajo ha sido publicada previamente a su entrega.



Montevideo, 28 de mayo de 2022

DEDICATORIA

A Romina, la luz de mi vida y fuente de mi inspiración.

A Ignacio, con quien he aprendido más de lo que he enseñado.

A Graciela, mi amor mi cómplice y todo.

AGRADECIMIENTOS

Este trabajo que se presenta es fruto de una sumatoria de apoyos de personas que nos han acompañado durante estos años y que han aportado de un modo u otro a la concreción de esta investigación. Muchas de ellas me han sostenido, animado y alentado para seguir adelante ante la pérdida más importante sufrida en mi vida, sepan que les estoy eternamente agradecido.

Somos conscientes de las grandes omisiones en las que podemos incurrir procurando nombrarlas a todas, pero entendemos necesario expresar nuestro más sincero agradecimiento y profundidad gratitud. En especial, deseo agradecer:

Al Instituto de Educación de la Universidad ORT Uruguay por darme la oportunidad de cursar el Doctorado en Educación, especialmente a la Dra. Denise Vaillant y a quién fuera el Coordinador Académico durante mi pasar por este programa, el Dr. Eduardo Rodríguez Zidán, quiénes me alentaron en todo momento y se mostraron siempre generosos a la hora de compartir sus conocimientos. A todos los profesores del Instituto de Educación por sus invalores aportes.

A mis directores de tesis, Dr. Pablo Rivera Vargas y Dr. Martín Solari Buena, por su profesionalismo, solidez académica y rigurosidad metodológica con la que siempre me orientaron y acompañaron respetuosamente en mi proceso de investigación y mi desarrollo profesional.

A mis compañeros de doctorado: Pablo, Claudita, Marina, Claudia, Javier, Teresita y Federico, con quiénes compartimos las dificultades del camino y los espacios de reflexión que me ayudaron en este proceso de formación.

Finalmente, aunque no por ello menos importante, a mi familia gracias por confiar, aguardar y apoyar, sin ellos nada de esto hubiera sido posible.

RESUMEN

Durante las dos primeras décadas del siglo XXI hemos asistido a una creciente integración de las herramientas digitales en la escuela, esperanzados en que su incorporación sea fuente de innovación y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje. La presencia de la tecnología digital en el aula ha propiciado un terreno fecundo para el estudio de las estrategias de enseñanza mediadas con tecnología digital y de los cambios que supone un uso con sentido pedagógico que favorezca el pensamiento crítico y reflexivo de los estudiantes.

La presente investigación tuvo como propósito aportar conocimiento en torno a las estrategias de enseñanza orientadas por los docentes de Matemática de Uruguay con herramientas digitales para promover la Modelación Matemática, a partir de la comprensión de las creencias de los profesores sobre el uso de situaciones problemáticas como fuente de la intervención pedagógica y de la identificación y descripción de las prácticas que despliegan mediante el uso de la tecnología digital.

El diseño metodológico se basó en una perspectiva mixta ya que, por lo complejo y diverso del objeto de estudio, pareció insuficiente la utilización de un único enfoque. Se diseñó un modelo secuencial, en cuatro fases, planificadas cronológicamente donde los procedimientos de una etapa dependen de la etapa que le antecede. Para la fase cuantitativa se conformó una muestra, a partir de un marco muestral probabilístico, integrada por 212 docentes y para la fase cualitativa, a partir de un muestreo de carácter intencional no probabilístico, participaron 16 profesores de la entrevista en profundidad y otros 4 de la observación de clase.

Los principales resultados señalan que a pesar de que el sentido que los docentes le dan a la incorporación de las herramientas digitales en sus actividades de enseñanza sea contribuir a que los estudiantes tengan una mejor comprensión de los conocimientos matemáticos, predominan en sus prácticas un uso instrumental fuertemente asociado a la ejercitación de algoritmos y a la visualización y comprobación de resultados. Las prácticas que despliegan los docentes con tecnología digital principalmente están enfocadas al trabajo en situaciones problemáticas del dominio intramatemático relegando las actividades que conectan la Matemática con el entorno de los estudiantes.

ÍNDICE

INTRODUCCIÓN	14
PRIMERA PARTE: PRESENTACIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN. MARCO TEÓRICO Y CONTEXTUAL DE REFERENCIA.....	21
CAPÍTULO 1: PRESENTACIÓN Y PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN	22
1.1 Origen y justificación de la investigación	23
1.2 Relevancia y delimitación del objeto de estudio.....	29
1.3 Definición del problema.....	33
1.4 Preguntas que orientan nuestra investigación	35
1.5 Objetivos de la investigación	37
1.5.1 Objetivo general	37
1.5.2 Objetivos específicos.....	37
1.6 Principales contribuciones de esta investigación	39
CAPÍTULO 2: CONCEPTUALIZACIÓN Y ANTECEDENTES DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA	40
2.1 Núcleos conceptuales del saber matemático	40
2.1.1 Modelo matemático	40
2.1.2 Modelación Matemática y los diversos enfoques conceptuales	43
2.1.3 Naturaleza cíclica de la Modelación Matemática.....	45
2.1.3.1 Ciclo de modelación didáctico-pedagógico	46
2.1.3.2 Ciclo de modelación desde una perspectiva cognitiva	50
2.1.4 Las herramientas digitales en el ciclo de modelación	51
2.2 Antecedentes empíricos y teóricos.....	53
2.2.1 Antecedentes que refieren al uso pedagógico de las herramientas digitales para la promoción de la Modelación Matemática	54
2.2.2 Antecedentes que refieren al desarrollo de las competencias de Modelación Matemática	56

2.2.3 Antecedentes que refieren al uso de aplicaciones matemáticas para potenciar la Modelación Matemática	58
2.3 Síntesis del capítulo.....	68
CAPÍTULO 3: CREENCIAS Y HERRAMIENTAS DIGITALES PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA.....	69
3.1 Núcleos conceptuales pedagógicos	69
3.1.1 Pensamiento del profesor. Creencias docentes.....	69
3.1.2 Creencias de los profesores sobre la Matemática, su enseñanza y aprendizaje ...	73
3.1.3 Creencias de los docentes y el uso de las herramientas digitales	76
3.2 Herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática	79
3.2.1 Plataformas de aprendizaje.....	79
3.2.1.1 Plataforma Adaptativa de Matemática.....	80
3.2.1.2 Plataforma Desmos	81
3.2.2 Software de Geometría Dinámica: GeoGebra	82
3.2.3 Software para la programación.....	87
3.2.3.1 Placa Micro: bit.....	87
3.2.3.2 Scratch.....	89
3.3 Síntesis del capítulo.....	90
CAPÍTULO 4: MARCO CONTEXTUAL	91
4.1 Rasgos generales del sistema educativo uruguayo.....	91
4.2 Formación del profesorado para la educación media en Uruguay	93
4.3 Sociedad de la información y el conocimiento – Sociedad Digital.....	95
4.4 Competencias digitales en la formación inicial del profesorado de Matemática.....	97
4.5 La política de inclusión digital en el sistema educativo: Plan Ceibal	102
4.6 Efectos de la reducción de la movilidad producto de la pandemia COVID-19	104
4.7 Síntesis del capítulo.....	106
SEGUNDA PARTE: DECISIONES Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS	107
CAPÍTULO 5: PROPUESTA METODOLÓGICA.....	108

5.1 Fundamentación y pertinencia del enfoque mixto	109
5.2 Técnicas e instrumentos de recolección de datos	110
5.2.1 La encuesta digital auto administrada como técnica de investigación	110
5.2.1.1 Validación del cuestionario de encuesta	113
5.2.1.2 Confiabilidad del cuestionario	115
5.2.2 Técnicas basadas en la conversación: entrevistas.....	117
5.2.2.1 Entrevista en profundidad: con expertos o elite.....	118
5.2.2.2 Entrevistas en profundidad: típicas o usuales	119
5.2.2.2.1 Validación del guion de entrevista	120
5.2.3 Técnica de observación y participación: observación no participante	122
5.2.3.1 Validación de la pauta de observación de clase.....	124
5.3 Caracterización de la población y definición de la muestra.....	124
5.3.1 Población de estudio.....	124
5.3.2 Muestreo para la encuesta digital auto administrada.....	125
5.3.3 Muestreo para las entrevistas con expertos o elite	125
5.3.4 Muestreo para las entrevistas en profundidad con docentes.....	128
5.3.5 Muestreo para la observación de clase	131
5.4 Tratamiento y análisis de la información	132
5.4.1 Análisis vertical por instrumentos	132
5.4.1.1 Los datos cuantitativos: análisis e interpretación.....	132
5.4.1.2 Los datos cualitativos: análisis e interpretación.....	137
5.4.2 Integración de los resultados	139
5.5 Diseño metodológico de la investigación: Fases del estudio	140
5.6 Aspectos éticos de la investigación	145
5.7 Síntesis del capítulo.....	147
TERCERA PARTE: ANÁLISIS DESCRIPTIVO Y CORRELACIONAL -TESTIMONIOS	
Y SIGNIFICADOS DEL PROFESORADO.....	149

CAPÍTULO 6: ANÁLISIS DESCRIPTIVO Y CORRELACIONAL.....	151
6.1 Perfil socio-profesional de los docentes.....	151
6.2 Creencias docentes sobre el propósito principal de la enseñanza de la Matemática.....	152
6.2.1 Propósito de la enseñanza de la Matemática	153
6.2.2 Los procesos generales que debería tener en cuenta el profesor cuando planifica y propone actividades para sus estudiantes	155
6.3 Herramientas digitales que los profesores utilizan para promover la Modelación Matemática	157
6.4 Actividades de enseñanza basadas en Modelación Matemática	159
6.4.1 Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según grupo etario	160
6.4.2 Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según experiencia docente.....	163
6.4.3 Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según estudios de posgrado	164
6.5 Habilidad digital para promover la MM	167
6.5.1 Habilidad digital para promover la MM según experiencia docente.....	168
6.5.2 Habilidad digital para promover la MM según tipo de gestión de la institución en la que se desempeña el docente	169
6.5.3 Habilidad digital para promover la MM según estudios de posgrado.....	169
CAPÍTULO 7: TESTIMONIOS Y SIGNIFICADOS DEL PROFESORADO.....	172
7.1 Entrevistas en profundidad.....	172
7.1.1 Tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales que promueven la MM	174
7.1.2 Habilidades cognitivas que promueven las herramientas digitales para la resolución de situaciones problemáticas	185
7.1.3 Recursos tecnológicos que utilizan los docentes para promover la MM	196
7.2 Observación no participante de clase	203
7.2.1 Análisis descriptivo de las observaciones de clase.....	203

7.2.1.1	Presentación del tema que se abordó en la clase observada	204
7.2.1.2	Presentación de la consigna de trabajo	206
7.2.1.3	Recepción de la propuesta	210
7.2.1.4	Organización de las actividades.....	211
7.2.1.5	Uso de herramientas digitales para la construcción de conocimiento	214
7.2.1.6	Cierre de la propuesta	215
7.2.2	Síntesis del análisis descriptivo de las observaciones de clase	217
CAPÍTULO 8: INTEGRACIÓN DE RESULTADOS		218
8.1	Estrategias de enseñanza con herramientas digitales que promueven la MM	219
8.1.1	Estrategias para la retención de conocimiento matemático.....	219
8.1.2	Estrategias para la construcción de conocimiento matemático	222
8.1.3	Estrategias para la transposición de conocimiento matemático	226
8.2	Modelo SEIAM para comprender la forma en que los profesores de Matemática incorporan las herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas.....	232
8.3	Actividades de enseñanza que describen los profesores de Matemática con herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas	236
CUARTA PARTE: CONCLUSIÓN Y DISCUSIÓN - ALCANCE Y LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN - LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN FUTURAS		241
CAPÍTULO 9: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES		242
9.1	Discusión integral de los resultados	243
9.1.1	Competencias digitales y pedagógicas para la promoción de la MM	243
9.1.2	Inclusión de las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática	245
9.2	Conclusiones en base a los objetivos y preguntas de investigación.....	246
9.3	Alcances y limitaciones de la investigación.....	257
9.4	Posibles líneas de investigación futuras	259
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....		262
ANEXOS		279

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1	42
Tabla 2	65
Tabla 3	93
Tabla 4	101
Tabla 5	115
Tabla 6	116
Tabla 7	117
Tabla 8	121
Tabla 9	123
Tabla 10	129
Tabla 11	130
Tabla 12	134
Tabla 13	141
Tabla 14	142
Tabla 15	143
Tabla 16	153
Tabla 17	154
Tabla 18	156
Tabla 19	159
Tabla 20	161
Tabla 21	166
Tabla 22	171
Tabla 23	185
Tabla 24	196
Tabla 25	201
Tabla 26	204
Tabla 27	206
Tabla 28	211
Tabla 29	212
Tabla 30	214
Tabla 31	216
Tabla 32	226
Tabla 33	230

Tabla 34	236
Tabla 35	287
Tabla 36	290
Tabla 37	297
Tabla 38	305
Tabla 39	306
Tabla 40	306
Tabla 41	307
Tabla 42	308
Tabla 43	309
Tabla 44	309
Tabla 45	309
Tabla 46	310
Tabla 47	310
Tabla 48	310
Tabla 49	311
Tabla 50	311
Tabla 51	311
Tabla 52	312
Tabla 53	312
Tabla 54	312
Tabla 55	313
Tabla 56	313
Tabla 57	313
Tabla 58	314
Tabla 59	314
Tabla 60	314

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1	38
Figura 2	47
Figura 3	47
Figura 4	48

Figura 5	49
Figura 6	50
Figura 7	52
Figura 8	84
Figura 9	85
Figura 10	86
Figura 11	88
Figura 12	144
Figura 13	154
Figura 14	156
Figura 15	157
Figura 16	158
Figura 17	159
Figura 18	168
Figura 19	173
Figura 20	184
Figura 21	195
Figura 22	202
Figura 23	207
Figura 24	208
Figura 25	209
Figura 26	216
Figura 27	231
Figura 28	235
Figura 29	238
Figura 30	240
Figura 31	304
Figura 32	306
Figura 33	307
Figura 34	308

INTRODUCCIÓN

En las últimas décadas la tecnología digital se ha convertido en un pilar fundamental de la sociedad, que ha permitido a los países su desarrollo económico, cultural y social. Según la International Telecommunication Unión (ITU), se han producido tanto en países desarrollados como en vías de desarrollo un crecimiento sostenido de acceso y uso de tecnología digital, que provoca un fuerte impacto en la forma que las personas se relacionan y conciben el mundo que los rodea (ITU, 2018). La presencia de la tecnología digital en la sociedad es cada vez más evidente, prueba elocuente de ello es: su notoria incidencia en procesos productivos y de servicios, su relevancia en el ejercicio de los gobiernos y su importancia en la vida de las personas, lo que suponen cierto condicionamiento a la misma.

La tecnología digital ha cambiado los entornos de trabajo y con ellos los perfiles de sus trabajadores. Los sistemas educativos no han permanecido ajenos a esta omnipresencia tecnológica y las han incorporado a los currículums, con el objetivo de preparar a los estudiantes para la sociedad actual. Desde una perspectiva regional, la Agenda digital para América Latina y el Caribe (eLAC) hace referencia a esta necesidad:

(...) incorporar o fortalecer el uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en la educación y promover el desarrollo de programas que contemplen la capacitación de docentes, nuevos modelos pedagógicos, la generación, adaptación e intercambio de recursos educativos abiertos, la gestión de las instituciones de educación y evaluaciones educativas. (Hinostroza, 2017, p. 6)

La creciente integración de las tecnologías digitales ha irrumpido en los centros educativos con la esperanza de ser fuente de innovación y mejora de los procesos de enseñanza y aprendizaje, lo que implícitamente trae aparejada la necesidad de una formación y desarrollo profesional docente que pueda estar acorde a estos nuevos desafíos. No obstante, el mero hecho de incorporar estas tecnologías sin un sentir crítico que favorezca la reflexión no garantiza la promoción de aprendizajes ni un cambio en las prácticas de enseñanza (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2020).

Sin embargo, un uso racional de estos recursos permite a los docentes una mejor organización del trabajo escolar y posibilita nuevos escenarios para pensar actividades de aprendizaje que incorporen a las tecnologías digitales, favoreciendo nuevas formas de aprender y el desarrollo de la competencia digital del estudiantado (Selwyn et al., 2017). Asimismo, diversas investigaciones (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2020; Claro et al., 2017) señalan que una apropiación significativa de la tecnología digital posibilita un uso sensato que se encuentra fuertemente asociado con una participación de los docentes en las experiencias de aprendizaje ya sea en el aula o fuera de ella.

Producto de una serie de inquietudes que provienen de nuestra experiencia profesional docente en la enseñanza de la Matemática de educación secundaria y universitaria, el siguiente estudio buscó comprender qué importancia le otorgan los profesores, de esta asignatura, al aprendizaje de los conceptos contextualizados a través de situaciones problemáticas reales o relacionadas con el entorno del alumno y de qué modo han integrado las herramientas digitales a sus prácticas, con el objetivo de facilitar el abordaje de este tipo de problemas.

El interés por esta temática se inicia hace mucho tiempo, con tres momentos importantes de mi vida profesional docente. El primer momento está relacionado con mi participación entre 2003 y 2018 de las actividades relacionadas con los Clubes de Matemática, las Olimpíadas de Matemática en Uruguay y en particular a los torneos de Geometría Dinámica, en los cuales pude observar la importancia que tiene para la enseñanza de la Matemática, de niños y jóvenes, el abordaje a través de la resolución de problemas. El segundo tiene que ver con mi prolongado pasar al frente de la cátedra de Geometría y Álgebra Lineal, en la universidad, para la formación inicial de profesores de Matemática y de la cátedra de Matemática para la formación inicial del magisterio. En ellas hemos observado la importancia del trabajo sobre situaciones contextualizadas para la comprensión de los conceptos que se presentan en esta disciplina, así como para el desarrollo de habilidades y destrezas para la resolución de problemas. Al mismo tiempo este trayecto profesional nos ha permitido advertir como la modelación de situaciones problemáticas constituye un escollo recurrente para la formación de los futuros profesores y maestros. Finalmente, el tercer momento está asociado al trabajo de Maestría de Educación, en el que analizamos la importancia que le dan los profesores de

Matemática a la enseñanza de la matematización en las prácticas de enseñanza y de evaluación.

A partir de estas motivaciones personales nos hemos propuesto indagar como la tecnología digital ha sido incorporada por los docentes con un sentido pedagógico que les posibilite diseñar sus estrategias de enseñanza con herramientas digitales con el fin de modelizar matemáticamente problemas. En este sentido, varios autores (Claro et al., 2017; Selwyn et al., 2017; Vaillant & Marcelo, 2015; Vaillant, 2013) han revelado que la inclusión de la tecnología para transformar las prácticas de los docentes es posible, si se logra conciliar sus creencias didácticas (que provienen de su formación y experiencia profesional) y el sistema de significados compartidos por los docentes sobre la enseñanza de la disciplina, con su entendimiento acabado de las posibilidades que las herramientas digitales proporcionan para la enseñanza.

Por otro lado, estudios a nivel internacional (Domingo-Coscollola et al., 2020; Pedró, 2016; Brun, 2011) y a nivel nacional (Vaillant & Marcelo, 2015; Vaillant, 2013) dan cuenta que el espacio que se les reserva, en los programas de formación inicial docente, a los contenidos específicos de enseñanza con tecnología digital es muy moderado y aún no ha contemplado aspectos esenciales, ya que “no sólo se debe pensar la formación genérica en habilidades TIC para los docentes, sino en los métodos en los que se prepara al maestro o al profesor para la integración de tecnologías” (Vaillant, 2013, p. 27).

Asimismo, Domingo-Coscollola et. al. (2020), señalan la importancia de establecer una formación docente sincronizada con los cambios que están ocurriendo en las instituciones educativas y la sociedad, ya que en la escuela hay un gran esfuerzo por incorporar prácticas de alfabetización que no se corresponden con las prácticas tradicionales que se siguen desarrollando en la formación inicial docente. Tal como lo conciben Guzmán-Simón et al. (2017) se genera “una gran brecha entre la competencia digital desarrollada en contextos de aprendizaje informal y su escasez en las prácticas de alfabetización universitaria” (p. 202).

Tales cambios implican que los colectivos docentes discutan y reflexionen sobre los límites y potencialidades de las herramientas digitales para las prácticas docentes, lo cual resulta esencial para que los profesores puedan reconstruir experiencias representativas que

posibiliten enriquecer los aprendizajes e innovar en la forma de enseñar y aprender (Selwyn et al., 2022).

Lo antes expuesto orienta nuestro estudio a la búsqueda de conocer y profundizar los cambios que pueden impulsar el uso con sentido pedagógico de las tecnologías digitales en las prácticas de enseñanza de los docentes de Matemática de Uruguay para mejorar el aprendizaje con modelos matemáticos. Este estudio si bien se sitúa en el dominio de la tecnología educativa guarda estrecha relación con las contribuciones teóricas y prácticas sobre los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática y en particular el uso de los modelos matemáticos y de los contextos como fuente de aprendizaje.

Estructura general de la tesis

El presente trabajo está organizado en cuatro apartados, con sus respectivos capítulos. Al inicio de cada capítulo el lector encontrará una breve descripción que anticipa su contenido y una síntesis final que, aunque recoge en forma resumida el contenido del capítulo permite articular con el capítulo que se presenta a continuación.

El primer apartado contiene cuatro capítulos que recogen la presentación y el propósito de la investigación, el marco teórico que sustenta nuestro estudio y el marco contextual. Se inicia con el Capítulo 1, con una breve relatoría de lo que se buscó con este estudio, luego se expone sucintamente el tema y el problema de investigación, se presenta la pregunta principal y las sub-preguntas que orientan el trabajo y que dan paso a la enunciación de los objetivos de la investigación. Para finalizar el capítulo, y a modo de síntesis, se presenta una serie de contribuciones derivadas de la presente investigación. A continuación, en los Capítulos 2 y 3 presentamos los núcleos conceptuales que han servido de guía para el estudio y los antecedentes empíricos y teóricos que dan cuenta del conocimiento respecto a nuestro objeto de estudio. Finalmente, en el Capítulo 4 se realiza una breve descripción de las características del escenario institucional en el que se llevó adelante la investigación y en el que se forma profesionalmente el profesorado de Matemática en Uruguay.

El segundo apartado recoge los fundamentos y las características metodológicas que sustentan nuestra investigación. Las decisiones metodológicas fueron reunidas en el Capítulo 5 en el que fundamentamos y caracterizamos la elección de la perspectiva metodológica que combina las miradas cuantitativas y cualitativas para comprender mejor nuestro objeto de estudio. Se describen los procedimientos llevados adelante para delimitar la población de docentes que participaron de la investigación y la conformación de la muestra para cada una de las técnicas empleadas. Tras describir someramente las técnicas seleccionadas para la recolección de información, se ahonda en el diseño de los instrumentos, así como en los procesos llevados adelante para su validación.

Continuamos con un tercer apartado que contiene, en el Capítulo 6, los análisis descriptivos y correlacionales realizados, que nos han permitido describir la población que participó del

estudio, así como las pruebas de hipótesis para el cruzamiento de las variables que conformaron los supuestos formulados tanto al inicio del trabajo como en el transcurso de este. En el Capítulo 7, hemos recogido los testimonios y significados del profesorado, la interpretación de la información colectada a partir de la elaboración de categorías y subcategorías que se vinculan con los objetivos de nuestro trabajo. El apartado se cierra con el Capítulo 8 en el que el lector encontrará la integración de los resultados obtenidos a través de los enfoques cuantitativo y cualitativo que sustentan nuestro marco metodológico.

En el cuarto apartado presentamos la discusión general de los resultados y las conclusiones, así como brevemente se explicitan los alcances y limitaciones del estudio y las posibles líneas de investigación. Finalmente se abren algunas interrogantes que devienen de nuestro trabajo, que más que poner fin al mismo, lo que buscan es promover nuevos espacios para la reflexión y para nuevas investigaciones en torno a las creencias de los docentes respecto a la inclusión de la tecnología digital para mediar los procesos de enseñanza de la Matemática y especialmente la modelación de situaciones problemáticas.

Por último, el apartado final de la tesis presenta la bibliografía que hemos utilizado como referencia y una sección destinada a los anexos en la que hemos incluido documentos, los instrumentos diseñados, tablas y gráficos que han servido como parte de este estudio, que por razones de espacio no hemos incluido en el cuerpo de la tesis, pero se decidió ponerlos a disposición del lector interesado.

Referencias de abreviaturas

CAS	Computer Algebra System
CEIBAL	Conectividad Educativa de Informática Básica para el Aprendizaje en Línea
CFE	Consejo de Formación en Educación
CODICEN	Consejo Directivo Central
DEGEIP	Dirección General de Educación Inicial y Primaria
DGES	Dirección General de Educación Secundaria
DGETP	Dirección General de Educación Técnico Profesional
eLAC	Agenda digital para América Latina y el Caribe
ICME	International Congress on Mathematical Education
ICTMA	International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and
ITU	International Telecommunication Union
MM	Modelación Matemática
OCDE	Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos
PAM	Plataforma Adaptativa de Matemática
PISA	Programme for International Student Assessment
RELME	Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa
SIC	Sociedad de la Información y el Conocimiento
TIC	Tecnologías de la Información y Comunicación

**PRIMERA PARTE: PRESENTACIÓN Y JUSTIFICACIÓN DE LA
INVESTIGACIÓN. MARCO TEÓRICO Y CONTEXTUAL DE
REFERENCIA**

CAPÍTULO 1: PRESENTACIÓN Y PROPÓSITO DE LA INVESTIGACIÓN

En este capítulo el lector podrá encontrar las reflexiones que han originado el tema de investigación, las razones por las cuales se eligió como objeto de estudio las estrategias que despliegan los profesores de Matemática para la enseñanza de la Modelación Matemática (MM) y la incorporación de las herramientas digitales con sentido pedagógico en sus prácticas de enseñanza. Asimismo, para alcanzar una comprensión más completa del objeto de investigación se reflexiona sobre la necesidad de incorporar el estudio de las creencias y prácticas de los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Educación Media.

La noción de MM es un concepto trascendente para la adquisición de los conocimientos matemáticos, son elocuentes en este sentido las palabras de Villa-Ochoa (2007) cuando al referirse a esta señala:

(...) más que una herramienta para construir conceptos se convierte en una estrategia que posibilita el entendimiento de un concepto matemático inmerso en un “micromundo” (contexto dotado de relaciones y significados) que prepara al estudiante para ir desarrollando una actitud diferente de preguntar y abordar los problemas de un contexto real. (pp. 70 -71)

De igual manera, se presenta brevemente algunas investigaciones relacionadas con el uso de software específico para la enseñanza de la Matemática, GeoGebra (software que combina de modo dinámico Geometría, Álgebra, Estadística y Cálculo a través de diferentes registros: gráfico, analíticos, hojas de cálculo), Scratch (lenguaje de programación visual que facilita el aprendizaje de la programación a través de bloques) y la Placa: Micro bit (placa programable con la que se puede ejecutar un programa diseñado en la plataforma MakeCode). Se describen las características más sobresalientes de las plataformas educativas más utilizadas por los docentes: Plataforma Adaptativa de Matemática (que contiene más de 100.000 actividades para trabajar con los alumnos, permite establecer metas de aprendizaje adaptadas a cada estudiante y se destaca por la posibilidad de utilizar instrumentos de evaluación integral por medio de seguimientos y reportes) y la Plataforma Desmos (constituida por diferentes aplicaciones, la calculadora gráfica y un sitio reservado para

actividades y secuencias didácticas en el que los docentes pueden compartir sus actividades). Asimismo, se presentan algunos antecedentes empíricos que se vinculan con la MM y la matematización de situaciones problemáticas. Por otra parte, se plantean las primeras aproximaciones a los constructos teóricos con los que se procuró abordar el objeto de estudio, a cuenta de lo que se desarrollará en el Capítulo 2.

Finalmente, se exponen las preguntas que orientan este trabajo y los objetivos que nos hemos propuesto para posibles explicaciones al problema formulado. El capítulo concluye con una descripción de aportes al conocimiento de la temática planteada.

1.1 Origen y justificación de la investigación

La elección del tema de estudio surge a partir del trabajo de investigación elaborado como requisito para la obtención del título de Máster en Educación, otorgado por la Universidad ORT Uruguay, en el que se buscó conocer la importancia que dan al proceso de matematización, en las prácticas de enseñanza y de evaluación, los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Educación Secundaria de una Zona Metropolitana de Montevideo.

Dicho estudio puso su foco en la matematización, entendida como el proceso que busca conectar la realidad cercana de los alumnos con la Matemática. Durante el desarrollo de la matematización se evidencian dos etapas con procesos bien diferenciados. La etapa inicial, denominada matematización horizontal, en la que el alumno transita por un proceso que lo lleva a transferir el problema desde el mundo real al matemático seguida de otra etapa, denominada matematización vertical, en la que utiliza conceptos y destrezas propios de la asignatura para abordar la actividad matemática con el objetivo de solucionar el problema (Treffers en Freudenthal, 2002).

Asociadas a estas etapas se encuentran los procesos intramatemáticos como: argumentar, representar, conjeturar y demostrar, propios de la matematización vertical, que se evidencian cuando se utilizan los conocimientos para resolver situaciones de la Matemática misma, y los procesos extramatemáticos que permiten establecer conexiones entre el contenido matemático y otras áreas del conocimiento o con situaciones de la vida real. En la búsqueda

por indagar el valor que tiene la matematización en las prácticas de enseñanza y de evaluación, se constató que los docentes promueven procesos intramatemáticos, pero dejan de lado los procesos que favorecen la matematización horizontal, estrechamente relacionados con los procesos extramatemáticos (Bentancor-Biagas, 2017).

La ausencia de estos procesos pone en evidencia la posible falta de estrategias primarias de resolución, que juegan un rol protagónico cuando el alumno se enfrenta a una situación problema. Estas estrategias constitutivas de la matematización horizontal, que posibilitan visualizar, sintetizar, formular, explorar regularidades y determinar analogías, ayudan al alumno no sólo a identificar la Matemática que subyace en el contexto de la situación, sino que participan de la producción de modelos para su resolución (Bentancor-Biagas, 2017).

Desde entonces hemos sentido la necesidad de continuar explorando en las estrategias de enseñanza de los profesores de Matemática con el uso de problemas contextualizados que permitan evidenciar la matematización en los procesos de modelación. Siguiendo esta línea de investigación, interesa profundizar en un nuevo trabajo, que nos ayude a entender como los procesos constitutivos de la MM, podrían ser potenciados por el uso de las herramientas digitales que vienen siendo incluidas en Uruguay desde el 2007 por el Plan de Conectividad Educativa de Informática Básica para el Aprendizaje en Línea (Plan Ceibal).

El Plan Ceibal surgió como inspiración del programa One Laptop per Child propuesto por Nicholas Negroponte al Fondo Económico Mundial. Se creó con el cometido de promover la inclusión e igualdad de oportunidades y “promover la inclusión digital para un mayor y mejor acceso a la educación y la cultura”

La inclusión de la tecnología digital en las aulas es un fenómeno que viene ocurriendo en varios países del mundo con el advenimiento del nuevo siglo. Los formatos en los que gobiernos las han ido incorporando son muy variados. En algunos países, como Uruguay, se ha optado por entregar una computadora por alumno (modelo 1:1), otros han ido incorporando a los centros educativos aulas digitales o móviles. Estas iniciativas, no siempre se dieron de la misma forma, algunas experiencias se han originado desde organismos o

agencias estatales (programas *top-down*) y otras fomentadas por organizaciones sociales (programas *bottom-up*), en ambos casos con el objetivo de promover diferentes formas de incorporar la tecnología digital a los centros educativos para garantizar el derecho a la educación y la cultura (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2020; Selwyn, 2016).

Estas iniciativas además de ser implementadas con el cometido de reducir la brecha existente de acceso a dispositivos tecnológicos y a la cobertura en términos de red se han ejecutado para facilitar el desarrollo de habilidades y competencias digitales que conduzcan a un uso crítico y creativo para el aprendizaje y la participación en sociedad, en especial de aquellos grupos más desfavorecidos y con acceso restringido a las tecnologías digitales (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2020, Coll & Rivera-Vargas, 2019).

Estos cambios conllevan nuevos desafíos para la escuela y en particular para los docentes, pues el uso efectivo de la tecnología en las aulas se encuentra directamente relacionado con la intervención activa de los docentes, como verdaderos participantes en la construcción de las experiencias de aprendizaje. Estas transformaciones implican superar el escenario que concibe a las tecnologías digitales, como simples repositorios de contenidos para trascender a un contexto en el que tengan una participación genuina y se incorporen con todas sus posibilidades para producir verdaderos cambios en las prácticas de los docentes (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2020).

En este sentido, Jara (2008) señala el valor de la tecnología digital como agente de cambio, pues:

(...) puede facilitar a los docentes el desarrollo de pedagogías constructivistas, las que a su vez están vinculadas con el desarrollo de estas nuevas competencias. Estas aproximaciones pedagógicas se caracterizan por estimular un trabajo centrado en el aprendizaje del alumno, basado en proyectos y problemas, combinando trabajo grupal e individual que estimulen la autonomía y la colaboración; y donde el docente no es la única fuente de conocimiento, sino el guía de los procesos de aprendizaje. (p. 18)

Incorporar la tecnología digital a las prácticas de enseñanza, por parte de los docentes, implica ir más allá de ajustarlas a sus propuestas pedagógicas preestablecidas. Supone invertir el sentido, en tanto que, los docentes deben ser parte del proceso de apropiación e internalización de su uso, que conduzca a enriquecer, diversificar, transformar y mejorar las prácticas de enseñanza. No basta con que el docente sepa sobre el uso de una plataforma o un software específico para la enseñanza de un conocimiento, sino que el valor está en el desarrollo de la competencia digital para aprender y enseñar a través de las herramientas digitales (Coll & Rivera-Vargas, 2019; Hepp, 2015).

Tal como lo señalan, Coll et al. (2008):

(...) no se trata ya de utilizar las TIC para hacer los mismo pero mejor, con mayor rapidez y comodidad o incluso con mayor eficacia, sino para hacer cosas diferentes, para poner en marcha procesos de aprendizaje y enseñanza que no serían posibles en ausencia de las TIC. (p. 97)

En la última década, diversas investigaciones (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2020; Área, 2015) han señalado el impacto moderado que ha tenido la inclusión de las herramientas digitales con sentido pedagógico. Adoptamos para esta investigación, la descripción formulada por Dussel (2015) al referirse al uso de la tecnología digital con sentido pedagógico como: “un conjunto heterogéneo de prácticas que se distinguen porque manifiestan una preocupación por los saberes que se ponen en juego (ya sean saberes pedagógicos, conceptuales, tecnológicos o contextuales)” (p. 27). Este acervo de prácticas debe ser internalizado por los docentes con el fin de ser verdaderas agentes de promoción de procesos reflexivos y no como prácticas compartimentadas.

Asimismo, es necesario que estas prácticas promuevan el desarrollo de competencias digitales que posibiliten a todos los que participan de la construcción del acto educativo, un cambio significativo, que permita la formación de ciudadanos capaces de transformar la realidad que los rodea, para cimentar sociedades más democráticas, inclusivas, equitativas, justas y solidarias. En esta misma dirección, Sancho Gil et al. (2020) subrayan el potencial

transformador que conlleva el uso con sentido pedagógico de las herramientas digitales, contribuyendo a superar algunos problemas de desigualdad, desventaja y desempoderamiento de los grupos marginales, que el uso instrumental de la tecnología digital ha colaborado a ampliar.

Cabe señalar que, la incorporación con sentido pedagógico de la tecnología digital en las aulas depende en buena medida de las creencias sobre la enseñanza que tiene el profesorado (Ertmer, 2005). Las creencias de los docentes son un fenómeno que reviste una gran complejidad, pues llevan a que estos actúen acordes a lo que piensan, influenciados por factores como la formación profesional, su experiencia en la docencia, modelos de comportamiento social, prototipos de enseñanza de colegas con mayor experiencia e incluso ideas personales que se han constituido, con el paso del tiempo, en teorías sobre la enseñanza y aprendizaje (Ertmer, 2005; Zakaria & Maat, 2012).

Las evidencias señalan que las creencias surgen a partir de las primeras experiencias de los profesores. Influenciados tanto por su trayecto como estudiantes como por su relación con el currículo, lo que les ha permitido elaborar un constructo teórico que determina un modo de actuar, interpretar y utilizar el conocimiento en su práctica de enseñanza (Zakaria & Maat, 2012).

Por otra parte, cuando dirigimos la mirada hacia los espacios de formación inicial docente, algunos autores (Vaillant & Marcelo, 2015; Vaillant, 2013) nos advierten que aún no se ha logrado incorporar la tecnología digital de forma efectiva, procurando vincularla con la didáctica de las asignaturas que forman toda la malla curricular, y a las actividades de aula, sino que por el contrario aparece como una asignatura específica, aislada del resto de la formación, con la que se busca desarrollar las habilidades digitales básicas. Al respecto sobre estos desafíos que aún quedan por resolver Vaillant (2013) señala, “no sólo se debe pensar la formación genérica en habilidades TIC para los docentes, sino en los métodos en los que se prepara al maestro o al profesor para la integración de tecnologías” (p. 27).

Esta forma en que está concebida la integración de la tecnología digital al sistema de formación inicial docente no proporciona oportunidades de aprendizaje significativos que permitan al docente en su vida profesional utilizarlos con sentido pedagógico en su práctica de enseñanza. Si durante su formación el docente no está inmerso en escenarios de aprendizaje en los que las herramientas digitales sean utilizadas como verdaderos agentes de cambio y de transformación de las propuestas de aprendizaje, difícilmente podrá diseñar en un futuro en su práctica de aula, ambientes de aprendizaje que tengan en cuenta la tecnología digital (Marcelo & Vaillant, 2018). Tal como lo exponen Marcelo y Vaillant (2018) “las tecnologías digitales no se aprovechan para proporcionar a los docentes en formación experiencias vicarias e inmersivas que les ayuden a comprender las variadas y complejas situaciones de la enseñanza” (p. 8).

No obstante, según Hepp (2015) en los últimos años han incursionado en las aulas una serie de experiencias con el fin de promover el uso creativo de las herramientas digitales, lo que ha revitalizado el trabajo en la escuela con la tecnología digital. Por un lado, proyectos en que los alumnos las utilizan para trabajar con contenido multimedia, como video digitales y comics y por otro el uso de softwares para programar y obtener un comportamiento específico de dispositivos como sensores, placas programables (Micro: bit) y programación con Scratch. Aunque “un desafío pendiente para esta tendencia es mantener cierta libertad creativa a la vez que buscar vínculos con el currículum escolar, de modo de tender puentes entre los objetivos formales de aprendizaje y la creatividad de los jóvenes” (Hepp, 2015, p. 196).

Por los motivos antes mencionados se entiende que es relevante profundizar en las estrategias de enseñanza basadas en herramientas digitales de los docentes de Matemática e indagar acerca de cómo interactúan con el proceso de MM. Parece oportuno conocer y analizar cómo los aspectos concernientes a la MM son explicitados por los docentes en el discurso y en sus propuestas de aula, así como también reflexionar si los entornos tecnológicos contribuyen o no a la promoción de tales procesos.

1.2 Relevancia y delimitación del objeto de estudio

La presente investigación doctoral desde un comienzo ha tenido como propósito reconocer y caracterizar las estrategias de enseñanza basadas en herramientas digitales que despliegan los docentes de Matemática para desarrollar la MM en las aulas del Ciclo Básico de Educación Media de las instituciones de Montevideo. Junto a esto, a partir de explorar en las creencias y prácticas de aula que los docentes emplean, se identificó los aspectos que tienen en cuenta para diseñar sus estrategias de enseñanza.

Por otra parte, se propuso indagar en cómo los docentes utilizan las herramientas digitales para trabajar con situaciones problemáticas contextualizadas, y, a partir de esto, determinar si estas ofrecen nuevas dinámicas para la enseñanza de la modelación. Para lograr este propósito resultó relevante entender los alcances y limitaciones que puede tener la incorporación de nuevas tecnologías digitales para mejorar la experiencia de aprendizaje con modelos matemáticos. Analizar estas estrategias permitió comprender cómo han contribuido las tecnologías digitales a las que los docentes acceden -plataformas educativas, tablet, celulares, sensores, y software específico para la enseñanza de la Matemática- a transformar sus prácticas cotidianas.

Asimismo, se buscó conocer las creencias de los docentes de Matemática sobre la enseñanza de la disciplina y las implicancias que estas tienen en la forma de diseñar sus estrategias pedagógicas con herramientas digitales como un medio para mejorar las experiencias de aprendizaje con modelos matemáticos. Comprender las posturas y decisiones que los docentes toman para gestionar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática resultó de interés ya que ellas restringen la forma de abordar la tarea.

Finalmente se exploró qué tipo de relación existe entre las estrategias utilizadas por los docentes de Matemática de Ciclo Básico, con tecnología digital y el proceso de MM. Se indagó cómo las múltiples representaciones que ofrece la tecnología digital pueden mejorar la capacidad de los alumnos para resolver problemas contextualizados.

Una de las claves que nos llevó a dirigir nuestra investigación al estudio de las estrategias de enseñanza con herramientas digitales que impulsan los docentes de Matemática, se fundamenta en las transformaciones que promueven el uso de la tecnología digital con sentido didáctico. La incorporación paulatina de estas herramientas a nuestro entorno cotidiano está provocando un cambio en el acceso al conocimiento que ha conducido a los docentes a repensar los enfoques y estrategias de enseñanza. Son elocuentes en tal sentido las palabras de Maggio (2012), al señalar que:

(...) enseñar aprovechando estas enormes oportunidades implica pensar, especialmente, en su sentido didáctico, de modo tal de acercarnos a la creación de propuestas originales clase a clase, a la enseñanza de abordajes teóricos actuales, a planteos que permitan pensar al modo de la disciplina, a mirar en perspectiva y conmover a nuestros alumnos, a la vez que dejar huellas perdurables. (p. 65)

En particular en el caso de Matemática, diversas investigaciones (Dueke & Canella-Malone, 2019; Al-Takhyneh, 2018; Jeong Yong & Akugizibwe, 2018; Ferdianová, 2017) han puesto en evidencia como las herramientas digitales constituyen un buen medio para la acción pedagógica del profesorado. La creación de software específico de Matemática como: GeoGebra, Derive (programa de cálculo simbólico que permite realizar operaciones y cálculo como derivadas, integrales, límites, matrices y determinantes) o Matgraph (que permite la manipulación de objetos geométricos en 2D y 3D y trabajar con expresiones analíticas y su representación gráfica) y de plataformas educativas como, Desmos y PAM, han visto favorecida su incorporación, por su capacidad y eficacia para crear ambientes de aprendizaje que contribuyen a la comprensión de los conceptos matemáticos al tiempo que apoyan al trabajo en clase y motivan a los alumnos (Córdoba et al., 2013).

Estudios empíricos (Clark-Wilson et al., 2020; Sinclair & Robutti, 2013) han demostrado que la tecnología digital puede proporcionar la oportunidad de explorar diversas representaciones de un mismo concepto matemático y sus conexiones con otros, así como permitir a los estudiantes explorar y determinar, por medio de simulaciones, posibles patrones que los lleven a elaborar conjeturas y posteriores generalizaciones de sus observaciones.

A través de sus trabajos Clark-Wilson et al. (2020), Hillman, et al. (2020) y Sinclair y Robutti (2013), observaron cómo las herramientas digitales promueven el crecimiento personal, así como cambios significativos en favor de los aprendizajes de los alumnos. Estos cambios están relacionados con procesos como, experimentación, representación, conjeturación, discusión y argumentación, que potencian el razonamiento y las habilidades en torno a la Matemática. Por otra parte, con relación al software de geometría dinámica, Sinclair y Robutti (2013), sostienen que, tan importante como que los alumnos tengan la oportunidad de hacer sus propias construcciones geométricas, resultan las aplicaciones o applets (componente de software, habitualmente pequeño, escrito en un lenguaje de programación, como Java, que para poder ser ejecutado necesita de un programa informático más grande que lo contiene) construidas por el profesor, ya que contribuyen a explorar relaciones y desarrollar estrategias de razonamiento geométrico relacionadas con la situación.

Igualmente, los estudios de Arzarello y Robutti (2010), relacionados con el uso de los Computer Algebra System (CAS) – tipo de software que permite realizar con facilidad el cálculo simbólico y posibilita trabajar con ecuaciones y expresiones algebraicas además de numéricas – han demostrado sus bondades para desarrollar el pensamiento aritmético-algebraico y facilitar a los alumnos a ver y razonar sobre regularidades y patrones simbólicos. En la misma línea, los trabajos de Heid et al. (2013) sugieren que los CAS puede enriquecer y ampliar el trabajo algebraico que habitualmente realizan los docentes en las aulas, por su capacidad para experimentar transformando expresiones simbólicas y observando los posibles resultados que producen estas transformaciones.

Otra de las dimensiones que estructura este trabajo es el concepto de Modelación Matemática. En los últimos años la MM ha sido tema reiterado de estudios en el campo de la Educación Matemática. Prueba de ello es el incremento en el número de publicaciones y revistas científicas que incursionan en variados temas del modelamiento matemático, según el objetivo que persiguen: modelación para la Matemática Aplicada (Pollak, 1979), modelación didáctico-pedagógica (Maaß, 2006; Stender, 2018), modelación desde una perspectiva psicológica (Verschaffel et al., 2000) y modelación desde una perspectiva cognitiva (Borromeo Ferri, 2007; Blum, 2011).

En el ámbito internacional, la MM está presente cada vez más en documentos curriculares (OECD, 2019; Common Core State Standards, 2010) y ha cobrado mayor relevancia en los temas que se discuten en la Educación Matemática. Los aspectos que involucra la MM son tema de interés de reuniones científicas internacionales como son la ICME (*International Congress on Mathematical Education*), la ICTMA (*Internacional Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Applications*) y en nuestro continente las RELME (Reunión Latinoamericana de Matemática Educativa). En estos ámbitos investigadores, profesores y quienes se encargan de llevar adelante las políticas educativas se reúnen para discutir los avances y el impacto que estos tienen en la enseñanza de la Matemática. De igual manera estos adelantos impactan en la sociedad, por el variado uso que se les da, presentándose para controlar procesos, diseñar sistemas económicos, proyectar nuevos productos, comprender el mundo natural y un sinnúmero de aspectos que hacen a la convivencia ciudadana (Kaiser, 2014).

Asimismo, la *Organization for Economic Cooperation and Development* (OECD) considera las competencias de MM entre los estándares a ser evaluados en las pruebas de Matemática del *Programme for International Student Assessment* (PISA), (OECD, 2019). Uruguay participa desde el año 2003 de estas pruebas, que se aplican cada tres años, con las que se busca identificar fortalezas y debilidades de su sistema educativo, así como los posibles aciertos y errores en procura de brindar a sus alumnos la oportunidad de desarrollar las habilidades y conocimientos necesarios para incorporarse y participar activamente en la sociedad. Estas pruebas estandarizadas ponen su énfasis en actividades que posibilitan: relevar la capacidad de los estudiantes para traducir un problema cotidiano a estructuras matemáticas, interpretar un modelo matemático, reflexionar, analizar y comunicar acerca del modelo y sus posibles alcances y limitaciones (OECD, 2019).

Los temas tratados, nos llevan a enfocar este trabajo de investigación en las prácticas de enseñanza de los docentes de Matemática de Educación Media de las instituciones Montevideo. Como se quiere conocer sobre las estrategias de enseñanza basadas en el uso de herramientas digitales, el trabajo tendrá dos cuerpos de conocimientos pedagógicos y didácticos: por un lado, los procesos de enseñanza y aprendizaje, y, por otro lado, la tecnología educativa.

1.3 Definición del problema

Las consideraciones expuestas en el apartado anterior dan cuenta de la importancia que tiene para la enseñanza de la Matemática que los alumnos se enfrenten a situaciones problemáticas contextualizadas en las que puedan investigar diferentes formas de representar la situación, manipularlas, ensayar estrategias para aproximarse a posibles respuestas, desarrollar ideas en torno al problema y a los conceptos matemáticos que conlleva su resolución. Estas consideraciones, constitutivas de los procesos de modelación, surgen cuando el estudiante se enfrenta a problemas abiertos que le posibilita experimentar con la situación, tomar decisiones y hacer predicciones que le permiten atribuirle significados a la situación que enfrenta.

Por otra parte, como ya se ha señalado la incorporación de la tecnología digital con sentido pedagógico, ofrece nuevas perspectivas para la enseñanza de la Matemática y en particular a través de la resolución de problemas. Las herramientas digitales proporcionan al estudiante nuevas formas de visualizar una situación, permite hacer pequeñas variaciones paramétricas, figurales o variacionales y ver qué ocurre a partir de estos cambios. Además de proporcionar un escenario para experimentar en el aula de Matemática, el desarrollo de habilidades para elaborar conjeturas y ponerlas a prueba. De igual manera, la tecnología digital permite la simulación de fenómenos, que sin ellas sería muy complejo de realizar, y se han constituido como un recurso con el que el alumno puede aprender a partir de la interacción y el juego con el objeto matemático.

A nivel mundial existen muchas investigaciones en torno al desarrollo de conocimiento del contenido pedagógico que pone en práctica un profesor de Matemática para enseñar los conceptos de su disciplina, aunque en menor medida las que ponen su énfasis en los recursos pedagógicos para la enseñanza de la Matemática a través de la modelación de situaciones problemáticas. Por su parte, hemos constatado que con frecuencia quedan relegados estudios que refieran a la mediación de las herramientas digitales para la enseñanza de los procesos que promueven la MM. En este sentido, entendemos que una dimensión del conocimiento pedagógico poco explorada refiere a la inclusión de las herramientas digitales en la construcción didáctica de la modelación como estrategia para abordar la construcción de

conceptos matemáticos en el aula. Todo esto pone de relieve la necesidad de contar con sustento empírico que permita desarrollar patrones de conocimiento con los que se pueda mejorar el entendimiento de aspectos concernientes a las prácticas de enseñanza de la Matemática a través de la modelación mediadas por la tecnología digital.

Lo señalado en los párrafos anteriores nos conducen a formular el problema de investigación en los siguientes términos.

Es exiguo el conocimiento fundamentado en investigaciones empíricas que permita saber, las estrategias de enseñanza que llevan adelante los profesores de Matemática con herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas y como conciben el uso con sentido pedagógico de la tecnología digital para mejorar las experiencias de aprendizaje.

A este respecto, en el apartado que sigue vamos a formular las preguntas que pensamos podrían orientar nuestro trabajo en pos de acercarnos a este conocimiento.

1.4 Preguntas que orientan nuestra investigación

La pregunta central que guió nuestra investigación es:

¿Cuáles y cómo son las estrategias de enseñanza, que despliegan los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Montevideo, con herramientas digitales que promueven los procesos de Modelación Matemática?

Si bien esta pregunta central es la que orienta principalmente este trabajo, hemos formulado una serie de interrogantes que no siendo tan abarcativas, por su singularidad han colaborado en la búsqueda de respuestas a la pregunta principal y nos han permitido enfocar este trabajo de investigación. En este sentido, se pretende dar respuesta a las siguientes interrogantes:

¿Qué estrategias basadas en herramientas digitales declaran utilizar los docentes de Matemática en su práctica cotidiana de enseñanza?, ¿cuál es la importancia que le otorgan a la mediación pedagógica de las herramientas digitales en sus prácticas de enseñanza?, ¿qué recursos digitales les resultan más adecuados para promover la MM en su práctica de enseñanza?

En la búsqueda de caracterizar las estrategias que despliegan los profesores de Matemática con tecnología digital y de construir una tipología de estas, un punto que resultó fundamental fue entender los aspectos que tienen en cuenta los docentes; su forma de actuar, como piensan los dilemas, tensiones y negociaciones que se dan en el proceso de enseñanza. Por otro lado, interesó realizar un registro de todos los recursos digitales, softwares y plataformas digitales, que utilizan los profesores de Matemática de Uruguay, con el fin de promover los procesos de MM y entender el alcance de cada uno de ellos.

¿Cuáles son las diferencias entre las estrategias utilizadas por los docentes con herramientas digitales para la MM según el género, su edad, el tipo de institución en la que se desempeña, la experiencia docente y su posible formación de posgrado?

Plantear esta interrogante nos permitió establecer posibles matices entre las estrategias que llevan adelante los profesores con herramientas digitales según las singularidades de la población de estudio. Así mismo permitió conocer en qué medida su formación les permite identificar recursos tecnológicos que promuevan la enseñanza a través del modelamiento de situaciones problemáticas.

¿Cuáles son las creencias que los docentes tienen sobre el uso de las herramientas digitales para modelar situaciones cotidianas como un medio para enriquecer las estrategias de enseñanza de la Matemática?

Indagar sobre las creencias de los profesores nos permitió conocer los esquemas cognitivos y las representaciones que se han formado a lo largo de su formación inicial y la trayectoria profesional docente, acerca de diversos temas, pero en especial sobre las estrategias de enseñanza mediadas con herramientas digitales y cómo éstas influyen en la forma de ver el mundo y conciben la enseñanza de la Matemática.

¿Qué prácticas de enseñanza desarrollan los docentes de Matemática con herramientas digitales?

Una cuestión esencial para poder dilucidar la complejidad del entramado de las estrategias de enseñanza fue explorar el fenómeno pedagógico tanto desde las creencias, como de las prácticas de enseñanza que despliegan los docentes con herramientas digitales. Las actuaciones docentes que se desarrollan en el aula quedan determinadas por la interacción entre los alumnos, profesor, actividad Matemática y las herramientas digitales. Esto implica no sólo observar la herramienta digital utilizada por el docente en el aula, sino que también poder identificar las competencias tecno pedagógicas que se ponen en juego.

1.5 Objetivos de la investigación

Para poder aproximarnos a posibles respuestas a las interrogantes propuestas, hemos formulado un objetivo general que se buscó concretar a través de cuatro objetivos específicos. A continuación, exponemos los objetivos propuestos que han orientado este estudio.

1.5.1 Objetivo general

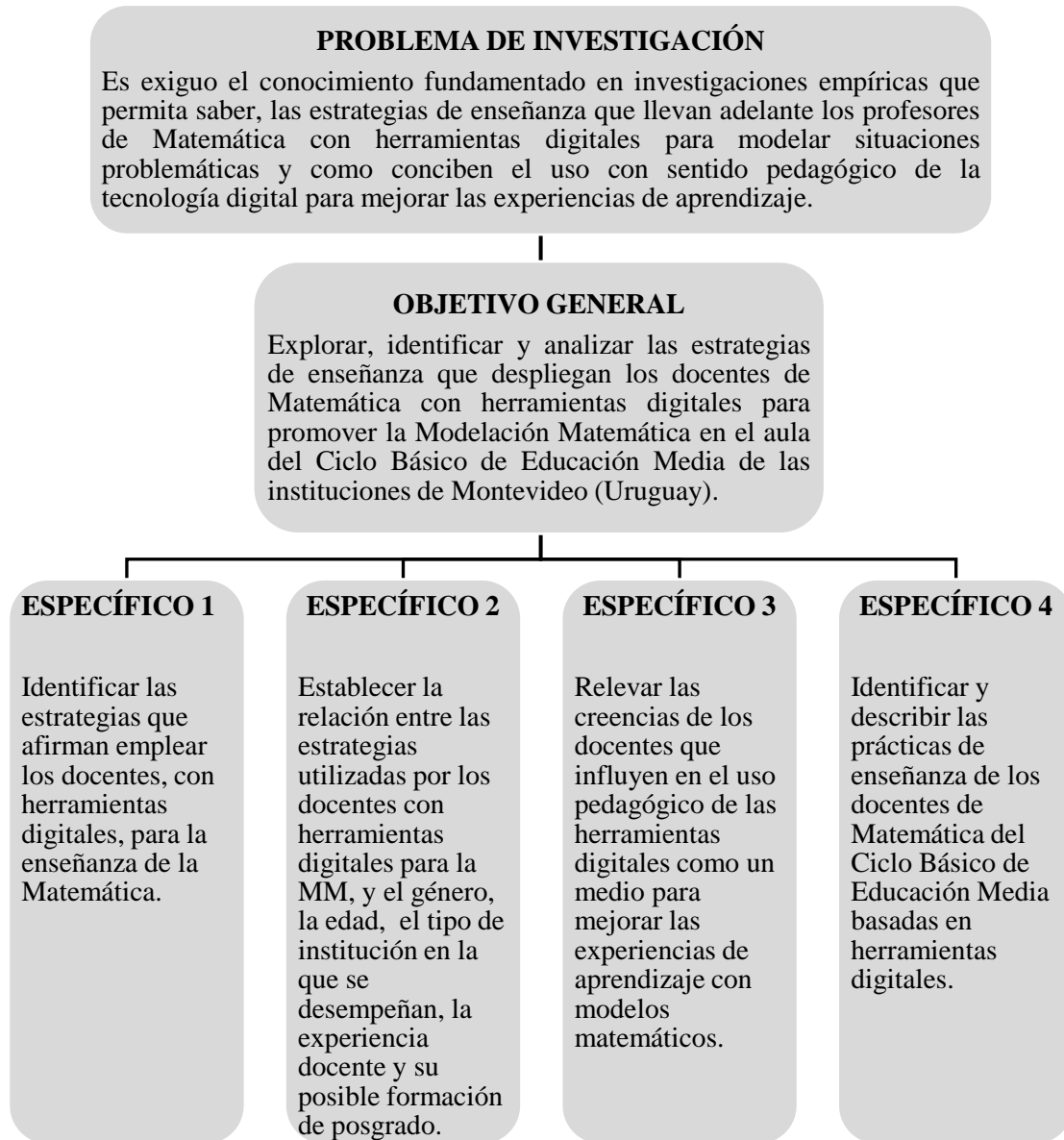
Explorar, identificar y analizar las estrategias de enseñanza que despliegan los docentes de Matemática con herramientas digitales para promover la Modelación Matemática en el aula del Ciclo Básico de Educación Media de las instituciones de Montevideo (Uruguay).

1.5.2 Objetivos específicos

- a) Identificar las estrategias que afirman emplear los docentes, con herramientas digitales, para la enseñanza de la Matemática.
- b) Establecer la relación entre las estrategias utilizadas por los docentes con herramientas digitales para la MM, y el género, la edad, el tipo de institución en la que se desempeñan, la experiencia docente y su posible formación de posgrado.
- c) Releva las creencias de los docentes que influyen en el uso pedagógico de las herramientas digitales como un medio para mejorar las experiencias de aprendizaje con modelos matemáticos.
- d) Identificar y describir las prácticas de enseñanza de los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Educación Media basadas en herramientas digitales.

Figura 1

Problema y objetivos de la investigación



Fuente: Elaboración personal

1.6 Principales contribuciones de esta investigación

Los principales aportes que esperamos de esta investigación son:

- Aportar sobre la base de resultados contrastados empíricamente al desarrollo del conocimiento de las estrategias de enseñanza de la Matemática mediadas por las herramientas digitales y que promueven los procesos de MM. Visibilizar los aspectos que tienen en cuenta los profesores de Matemática para realizar un uso con sentido pedagógico de la tecnología digital en sus prácticas de enseñanza.
- Contribuir a identificar la tipología de las actividades que caracteriza a las prácticas de enseñanza de los profesores de Matemática de Uruguay para la promoción de los procesos de MM. Consideramos importante la construcción de categorías y subcategorías emergentes que permitan una clasificación de las actividades que proponen los docentes a partir del análisis de las consignas de las situaciones, la referencia que hacen al contexto, las características del software que utilizan y el rol del alumno y el docente en el proceso de enseñanza y aprendizaje.
- Proporcionar un registro de los recursos tecnológicos más significativos que utilizan los profesores de Matemática de Uruguay y como se relacionan con las estrategias de enseñanza que emplean y los tipos de actividades para promover la MM.

CAPÍTULO 2: CONCEPTUALIZACIÓN Y ANTECEDENTES DE LA MODELACIÓN MATEMÁTICA

Para elaborar el marco teórico conceptual del presente estudio se analizó el estado de situación de los diferentes constructos que se relacionan con el tema. Posteriormente se organizó e incorporó aquellos que han servido para sustentarlo. Atendiendo a estas consideraciones, el capítulo se estructuró en dos secciones.

En la primera sección, se desarrollan conceptos medulares que articulan esta investigación, vinculados a la noción de modelo matemático y MM. Además, se desarrollan los enfoques de la MM vinculados a la educación, y se ahonda sobre la naturaleza cíclica de los procesos de modelación.

En la segunda sección, se exploran los antecedentes teóricos y empíricos asociados al modelado de situaciones y a las aplicaciones digitales matemáticas que potencian la modelación.

2.1 Núcleos conceptuales del saber matemático

En esta sección se desarrollan los conceptos matemáticos sobre los que se sustenta el presente trabajo de investigación, profundizando en la noción de modelo matemático y MM. También el lector podrá encontrar los principales enfoques, que sirven de marco, para abordar los procesos constitutivos de la MM y los modelos propuestos que articulan el sistema matemático y el mundo real. Se realiza un breve recorrido por los ciclos de modelación propuestos según los objetivos y propósito que persiguen.

2.1.1 Modelo matemático

La definición de modelación se encuentra en estrecha relación con el concepto de modelo, por lo que hemos creído pertinente abordar este concepto. La revisión de la literatura relativa a este término permitió identificar la definición proporcionada por Shtoff (1966), "por

modelo se entiende un sistema concebido mentalmente o realizado en forma material, que, reflejando o reproduciendo el objeto de la investigación, es capaz de sustituirlo de modo que su estudio nos dé una información sobre dicho objeto” (p. 19).

En el mismo sentido López-Austin (2005) definen modelo en el contexto matemático como “la formulación de ecuaciones que constituyen expresiones legales o leyes, y que describen precisamente la condición del objeto de referencia” (p. 18). Al tiempo que destacan su importancia para la comprensión de los fenómenos que ocurren en la naturaleza cuando exponen que:

(...) el modelo matemático es un objetivo supremo y explícito de las ciencias. Y lo es porque, a pesar de las críticas y dudas que engendra, aún no se ha abandonado uno de los postulados más ambiciosos y sorprendentes de la ciencia: la creencia tan pitagórica y cartesiana de que las leyes que gobiernan al universo son matemáticas. (López-Austin, 2005, p. 19)

La búsqueda por comprender las diferentes perspectivas con relación a la MM nos lleva a revisar otras definiciones de modelo en el contexto matemático. Cómo tal, un modelo matemático de una determinada situación es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas vinculada a cualquier rama de la Matemática que buscan explicar dicha situación (Biembengut & Hein, 2000).

De igual manera, Lesh y Harel (2003) caracterizan a los modelos matemáticos como sistemas conceptuales que pueden expresarse usando una amplia gama de representaciones interactivas que incluyen símbolos, lenguaje hablado, gráficos construidos a partir del uso de tecnología digital, diagramas o gráficos obtenidos en papel. Profundizar en las ideas de estos autores nos permite clarificar los propósitos del modelo, lo que contribuye a especificar el alcance que tendrá este término para la investigación.

En nuestra investigación se adhiere a las ideas de Lesh y Harel (2003), cada vez que se hace referencia a la noción de modelo matemático. Los modelos comprenden un sistema que

permite describir y explicar los elementos matemáticos presentes en una situación determinada y contribuye a visualizar las relaciones, así como los patrones y regularidades que subyacen a la misma. Por otro lado, los modelos, proporcionan procedimientos que permiten elaborar construcciones útiles y posibilitan la manipulación y la predicción de acontecimientos con el propósito de lograr los objetivos propuestos (Lesh & Harel, 2003).

En la Tabla 1 se recogen las definiciones de modelo matemático para los diferentes autores relevados.

Tabla 1

Definición de modelo matemático

Modelo matemático	Autor
Se entiende un sistema concebido mentalmente o realizado en forma material, que, reflejando o reproduciendo el objeto de la investigación, es capaz de sustituirlo de modo que su estudio nos dé una información sobre dicho objeto	(Shtoff, 1966, p. 19)
La formulación de ecuaciones que constituyen expresiones legales o leyes, y que describen precisamente la condición del objeto de referencia	(López-Austin, 2005, p. 19)
Conjunto de símbolos y relaciones matemáticas vinculada a cualquier rama de la Matemática que buscan explicar una situación	(Biembengut & Hein, 2000)
Sistemas conceptuales que pueden expresarse usando una amplia gama de representaciones interactivas que incluyen símbolos, lenguaje hablado, gráficos construidos a partir del uso de tecnología digital, diagramas o gráficos obtenidos en papel	(Lesh & Harel, 2003)

Fuente: Elaboración personal

En el aula puede ocurrir que para abordar el trabajo en una situación problemática determinada se puedan utilizar diferentes modelos: geométrico, analítico, gráfico, físico o digital, esto dependerá de la complejidad de la situación abordada, del manejo de los

diferentes registros de una representación semiótica y la comprensión que logren los alumnos de la situación y de los procesos de abstracción que vayan incorporando.

2.1.2 Modelación Matemática y los diversos enfoques conceptuales

Existe cierto consenso, en la literatura internacional, al vincular el término modelación con las relaciones que se logran establecer entre la Matemática y el mundo real, o también llamado mundo extramatemático (Blum, 2011).

Tal como lo exponen Arrieta-Vera y Díaz-Moreno (2015), la MM es una práctica que articula dos entidades, que buscando intervenir en una de ellas se actúa sobre la otra. Así es que, para estos autores, la modelación posibilita tender puentes entre la Matemática y el mundo no matemático o entre lo que se hace en la escuela y lo que se hace fuera de ella. En esta actividad quedan claramente definidos, por un lado, un modelo que es producto y creación de la actividad del ser humano y por otro, lo modelado que refiere a la parte de la realidad que se desea comprender. En la misma línea de lo expuesto anteriormente, Biembengut y Hein (1997) señalan que “Matemática y realidad son dos conjuntos disjuntos y el modelaje es un medio de conjugarlos” (p. 210).

Vinculado al concepto de MM algunos autores (Biembengut & Hein, 2000; Bosch, et al., 2006) señalan que una visión más amplia del término modelación es aquella que considera al ente a ser modelado no solo como una parte del mundo real (fenómenos extramatemáticos), sino también a objetos matemáticos ideales (fenómenos intramatemáticos). Estos autores la llaman Modelización Matemática.

En la última década diversos investigadores (Villa-Ochoa et al., 2018; Kaiser, 2014) han destacado la importancia del uso de la MM para el aprendizaje y la enseñanza de la Matemática. Estos autores concuerdan al señalar que la modelación promueve un abordaje de la Matemática escolar que desarrolla una predisposición y aptitud para: promover el pensamiento lógico, posibilitar la búsqueda de patrones, formular conjeturas, generalizar, así como la capacidad de examinar los alcances que pueden tener los conceptos matemáticos en

el contexto de las situaciones problemáticas abordadas. Por otra parte, destacan las posibilidades que se abren para abordar otros aprendizajes extramatemáticos que se manifiestan al incursionar en situaciones o fenómenos de otras ciencias. Realzan la utilidad de la MM en la enseñanza de la Matemática ya que las investigaciones muestran que cuando se aprenden los conceptos descontextualizados de la cotidianidad no resulta una tarea sencilla su posterior aplicación (Villa-Ochoa et al., 2018; Kaiser, 2014; Biembengut & Hein, 2000).

Los argumentos señalados, que resaltan las bondades de la MM para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, se consolidan más cuando reconocemos, a la construcción de modelos, como una actividad natural que el ser humano realiza cuando diseña un sistema artificial en procura de entender una parte de la realidad. Esta mirada es compartida por Howland et al. (2011) cuando al respecto señalan:

(...) los seres humanos son constructores naturales de modelos. Desde muy temprano construimos modelos mentales de todo lo que encontramos en el mundo. (...) estos modelos incluyen teorías personales sobre el mundo que nos permiten razonar sobre las cosas que encontramos. Los modelos ayudan a los alumnos a expresar y externalizar su pensamiento, ver y probar los componentes de su teoría, y producir materiales más interesantes. (p. 192)

En la misma línea, Trigueros (2009) sostiene que en el aula no se construye primero el conocimiento matemático para posteriormente aplicarlo a un modelo, sino que las ideas y conceptos que se manejan surgen a partir de la interacción y reflexión de los alumnos con la situación problema que permite dar significado a los conceptos que se manifiestan durante el proceso de resolución.

Según Lesh y English (2005), cuando los alumnos abordan en el aula una situación problemática auténtica, los procesos que se ponen en juego al explorar los diferentes modos de representación, así como la búsqueda de relaciones entre los diferentes componentes que forman la situación, permiten desarrollar y manejar ideas que conducen a los conceptos matemáticos que se desea enseñar. En este mismo sentido, Carmelo et al. (2016) señalan que

el trabajo con modelos brinda una oportunidad para que los alumnos accedan al conocimiento matemático a partir de la construcción, participación y reflexión en la resolución de problemas, superando las prácticas tradicionales de exposición y secuencias cíclicas de aprendizaje dirigidas por el docente.

Desde los planteos de Villa-Ochoa (2007), la MM trasciende el mero hecho de ser una estrategia didáctica para la construcción de concepto, pues entiende que:

(...) proporciona una mejor comprensión de los conceptos matemáticos, al tiempo que permite constituirse en una herramienta motivadora en el aula de clase y (...) potencia el desarrollo de capacidades en el estudiantes, para posicionarse de manera crítica ante las diferentes demandas del contexto social junto con la capacidad para leer, interpretar, proponer y resolver situaciones problemas (pp. 82-83).

2.1.3 Naturaleza cíclica de la Modelación Matemática

Diversos autores (Pollak, 1979; Blum, 2011; Kaiser, 2014; Verschaffel, et al., 2000; Maaß, 2006; Stender, 2018) han caracterizado el proceso de MM a través de diagramas con fases bien diferenciadas atribuyéndole cierta naturaleza cíclica. Cuando el estudiante se enfrenta a la tarea de modelación transita por diferentes etapas, el acceso a una nueva etapa solo se dará cuando el trabajo en la etapa anterior se haya completado de modo satisfactorio. Esta secuenciación en etapas lo conducen a la construcción del modelo, el que deberá ser validado, por ejemplo, comprobando si le permite explicar y predecir algunos de los elementos que se presentan en el problema, de no ser así volverá a iniciar el proceso en procura de mejorar el modelo construido. Este proceso de iteración se podrá continuar hasta concluir con aquel modelo que mejor se ajuste a las necesidades de la situación problemática que se haya abordado.

Estos ciclos, que suelen ser representado a través de diagramas, permiten reconocer diferentes enfoques que existen de la MM, sin embargo, comparten la idea de que esta actividad implica transiciones de ida y vuelta entre la realidad y la Matemática. El término realidad hace alusión al “resto del mundo”, y tiene en cuenta todo aquello que se encuentra

fuera de la Matemática ya sean fenómenos de la naturaleza, problemáticas que surgen del contexto de la vida en sociedad, situaciones cotidianas y otras ciencias (Pollak, 1979; Blum, 2011; Kaiser, 2014; Verschaffel, et al., 2000; Maaß, 2006; Stender, 2018).

Tal como expone Borromeo Ferri (2007), los ciclos de modelación pueden agruparse en función de los objetivos y propósitos que se tenga para la práctica y la investigación en: a) ciclo de modelación para la Matemática Aplicada, b) ciclo de modelación didáctico-pedagógico, c) ciclo de modelación desde una perspectiva psicológica y d) ciclo de modelación desde una perspectiva cognitiva. El ciclo de modelación didáctico-pedagógico y el ciclo de modelación desde una perspectiva cognitiva, según los planteos de Blum (2011) y Kaiser (2014), son los que mejor se adaptan para explicar los procesos que ocurren en el aula cuando el docente utiliza la modelación como estrategia de enseñanza, por esta razón vamos a describirlos en la siguiente sección.

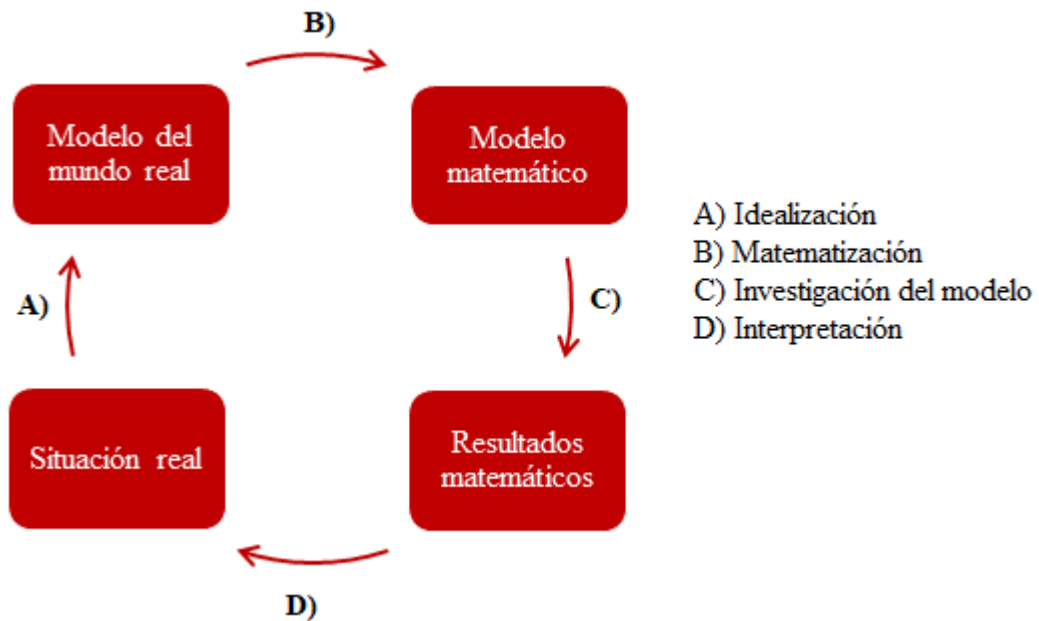
2.1.3.1 Ciclo de modelación didáctico-pedagógico

Uno de los primeros modelos propuestos para la MM elaborado como una forma de entender el mundo real se debió a Pollak (1979). Un elemento inherente al ciclo de modelación, expuesto por Pollak (1979), es su manifiesta diferenciación entre el problema en su propio contexto, del modelo matemático desarrollado para dar respuesta a las diferentes cuestiones que surgen durante la exploración y resolución del problema. El ciclo así propuesto responde a objetivos y propósitos que permiten entender la modelación como una forma de comprender el mundo real y corresponde a una tarea propia de la Matemática Aplicada, con la que se busca una transferencia de métodos y herramientas matemáticas a otras áreas como la física, química, biología, ingeniería, ciencias sociales, informática, medicina, economía, finanzas, ecología o meteorología (Borromeo Ferri, 2007).

Para describir esta situación, Blum (2011) y Kaiser (2014) han propuesto un modelo que conserva los “dos mundos” (Realidad y Matemática) por separado como en el modelo de Pollak, aunque exponen un mayor detalle de los pasos que se sigue en el ciclo. El ciclo de modelación propuesto por estos investigadores se muestra en la Figura 2.

Figura 2

Ciclo de modelación de Blum y Kaiser



Fuente: Elaboración personal a partir de Blum (2011) y Kaiser (2014)

Vemos con un ejemplo cómo funciona el ciclo de modelación propuesto por estos autores. La Figura 3 muestra las especificaciones técnicas de un balde metálico utilizado para el control de derrames de combustibles. ¿Cuánta arena puede contener el balde?


Figura 3

Especificaciones técnicas para balde metálico para el control de derrames

Balde metálico para arena

Balde especial para lugares con riesgo de derrame de líquidos y combustibles

- Balde metálico color rojo
- No incluye arena
- Aplicaciones: Bombas de bencina



Profundidad	Diámetro inferior	Diámetro superior
290 mm	170 mm	290 mm

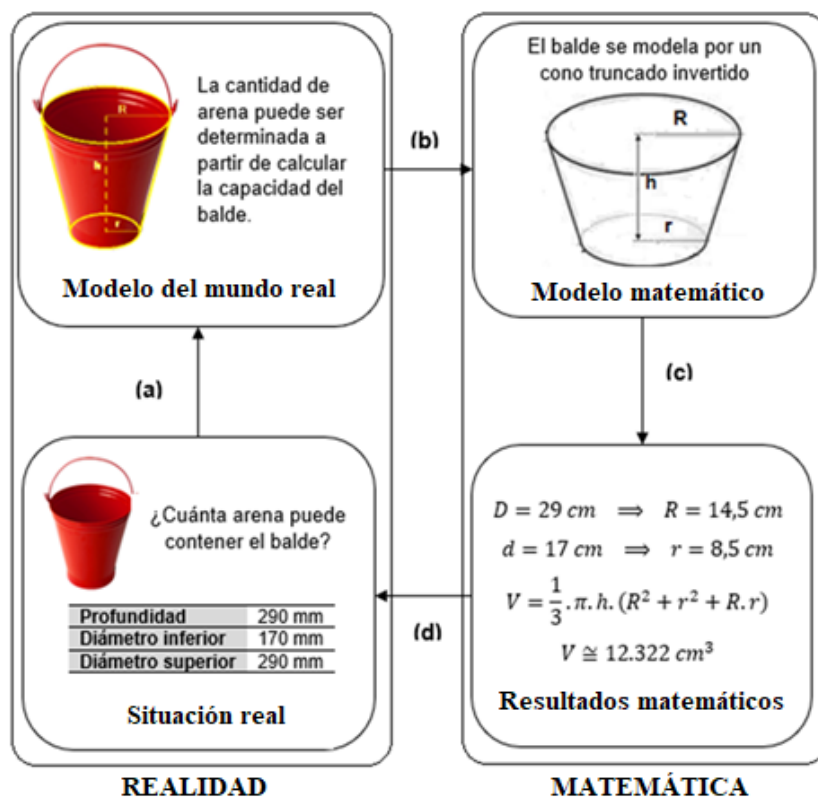
Fuente: Elaboración personal a partir de ficha técnica Start Fire

Se parte de una situación del mundo real, en el ejemplo, especificaciones técnicas de un balde metálico que se utiliza para el control de derrames. En el paso (a) del ciclo de modelación, se debe advertir que para determinar la cantidad de arena que puede contener el balde se debe calcular el volumen del recipiente. Para abordar la situación se deben hacer algunas consideraciones que permiten simplificar el problema, por ejemplo, es razonable suponer que la arena se distribuye uniformemente en el balde, así como que el grosor del metal con el que está construido el balde no afectan significativamente en el cálculo del volumen.

El paso (b) del ciclo, implica reconocer que conceptos matemáticos pueden ajustarse a la situación y así producir procesos de abstracción continua en los que progresivamente la realidad va quedando atrás para dar paso a un problema matemático (matematización horizontal). En el paso (c) se procede a resolver el problema matemático para luego en el paso (d) interpretar los resultados encontrados y comprobar que tengan sentido en la situación real. La Figura 4 muestra el ciclo de Blum (2011) y Kaiser (2014) aplicado a la situación.

Figura 4

Ciclo de modelación según Blum (2011) y Kaiser (2014) aplicado a la situación



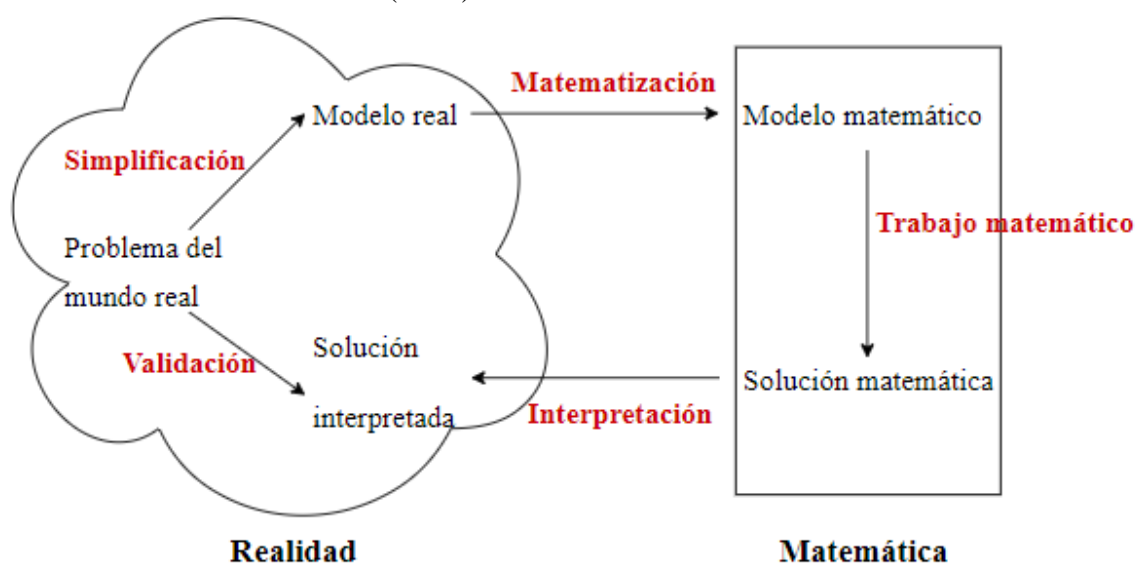
Fuente: Elaboración personal

A diferencia del ciclo propuesto por Pollak (1979), este ciclo de cuatro pasos de Blum (2011) y Kaiser (2014) se lo reconoce como una herramienta significativa para la enseñanza de la Matemática a través de modelos, debido a la clara ordenación y diferenciación entre cada paso, por este motivo se lo considera un ciclo didáctico-pedagógico (Borromeo Ferri, 2006). Este modelo puede ser enriquecido al incorporar un nuevo paso al ciclo con el propósito de interpretar y validar la solución que proviene de la resolución del problema matemático (Maaß, 2006).

La Figura 5 ilustra la representación del ciclo propuesto por Maaß (2006), constituido por cinco pasos: Simplificación, Matematización, Trabajo matemáticos, Interpretación y Validación.

Figura 5

Ciclo de modelación de Maaß (2006)



Fuente: Elaboración personal a partir de Maaß (2006)

Esta ciclación del proceso de modelación destaca la interpretación y la validación como dos procesos diferenciados en el ciclo de modelación. Al decir de Maaß (2006), no basta con realizar la matematización del problema real al mundo matemático (matematización horizontal) ni los procesos intramatemáticos que involucran la matematización vertical, sino que también se deben validar los resultados en el problema que dio origen ciclo.

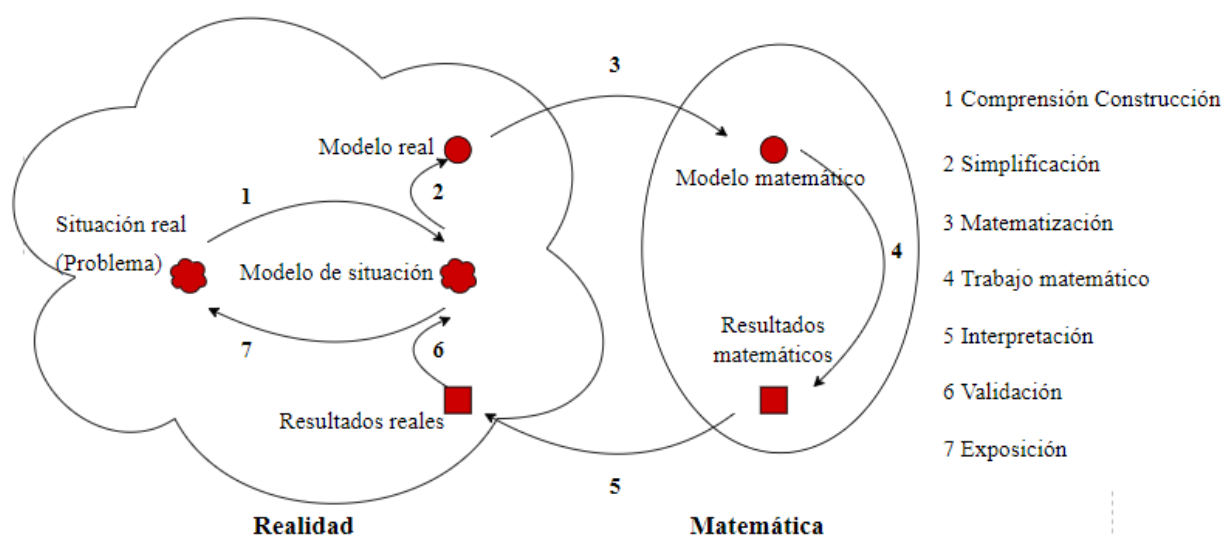
2.1.3.2 Ciclo de modelación desde una perspectiva cognitiva

Sin perder aspectos como la vinculación entre los “dos mundos” (realidad y Matemática) y la ciclación en fases, los modelos de MM han ido ganando en complejidad al tener en cuenta nuevos aspectos.

Tal es el caso del modelo de Blum y Leiß (2007) que se presenta en la Figura 6.

Figura 6

Ciclo de modelación de Blum y Leiß



Fuente: Elaboración personal a partir de Blum y Leiß (2007)

Este ciclo, que está constituido por siete pasos, se obtuvo al incorporar algunos elementos nuevos al modelo propuesto por Maaß (2006). Por un lado, se agrega el modelo de situación que describe la representación mental de la situación de quien está abocado a la tarea de resolución, esto permite una mayor especificación de cómo se genera un modelo matemático. En la misma línea, Borromeo Ferri (2006) comparte con estos autores la importancia de incluir en el ciclo este tipo de procesos internos al individuo, aunque prefiere utilizar el nombre “representación mental de la situación” ya que describe mejor su imagen mental.

Para investigadores como Blum y Leiß (2007) y Borromeo Ferri (2006) este tipo de procesos cognitivos del individuo juegan un rol protagónico ya que el tránsito de la situación real al modelo de situación conlleva procesos de comprensión y construcción mental de la tarea. Por

otra parte, se integra el análisis de los resultados matemáticos con relación al problema que le dio origen, de este modo se presentan procesos como la interpretación, la validación y exposición de resultados. En otras palabras, estos investigadores se centran en los procesos cognitivos de los individuos cuando se abocan a la tarea de modelación.

El ciclo queda definido por siete sub-competencias: a) comprensión, entendida como la capacidad de conocer la información implícita constitutiva de la situación problemática; b) simplificación, en la que el alumno decide qué información es relevante y cuál no para abordar el problema; c) matematización, en la que se hace la “traducción” del mundo real al mundo matemático; d) trabajo matemático, en el que se hace uso de la Matemática para resolver el problema; e) interpretación, en la que se hacen la trasposición de los resultados matemáticos a los resultados reales; f) validación, para verificar resultados y validar la pertinencia del modelo para su uso posterior a nuevas situaciones y g) exposición, para comunicar información e ideas puestas en juego durante el proceso (Borromeo-Ferri, 2006; Blum & Leiß, 2007; Biccard & Wessels, 2011). Estos pasos del ciclo definen la competencia cognitiva (Biccard & Wessels, 2011) y se los reconoce como las sub-competencias de todo proceso de modelación.

2.1.4 Las herramientas digitales en el ciclo de modelación

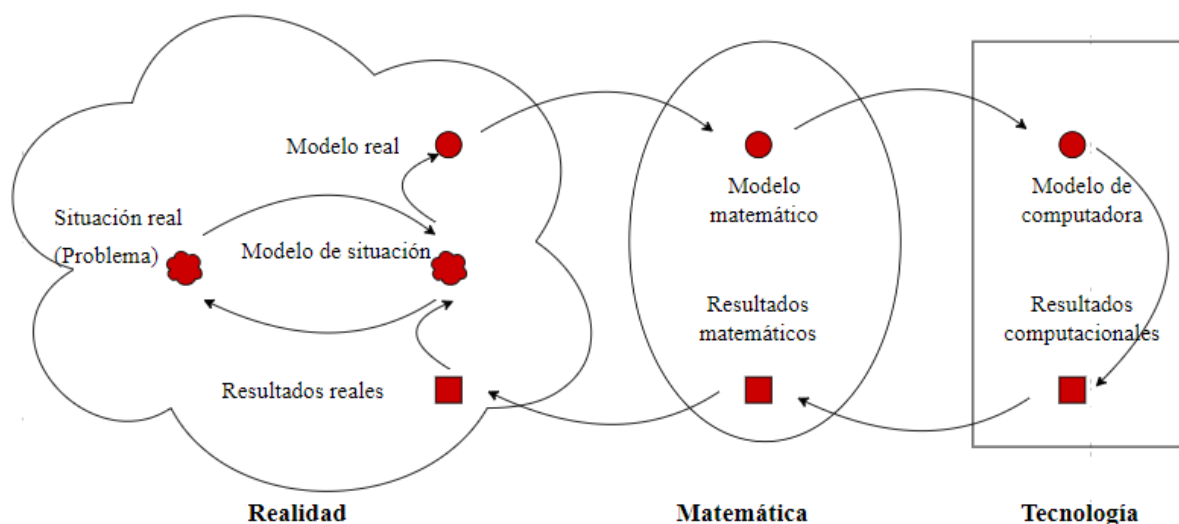
El uso de herramientas digitales permite resolver un espectro más amplio de situaciones problemáticas a través de la modelación cuyo abordaje resulta complejo si estas no estuvieran presentes (Greefrath, 2011). La tecnología digital introduce diferencias significativas producto de las nuevas formas y más variadas de representar los objetos matemáticos, así como una mayor flexibilidad para interrelacionar entre las múltiples representaciones. Asimismo, diversos autores (Hankeln et al., 2019; Greefrath, 2011) destacan su importancia para las visualizaciones dinámicas, el trabajo experimental, la verificación y la comprobación de resultados matemáticos obtenidos.

Un aspecto importante al incorporar las herramientas digitales a las tareas de modelación es visualizar cómo interactúan estas en el ciclo de modelación, es decir, en que subproceso y

con qué nivel de detalle y énfasis lo hacen. Una primera aproximación a esta interacción la ofrece el ciclo de modelación propuesto por Blum y Leiß (2007), la Figura 7 muestra el ciclo.

Figura 7

Ciclo de modelación de Blum y Leiß (2007) con herramientas digitales



Fuente: Elaboración personal a partir de Blum y Leiß (2007)

Si bien este modelo ofrece una conceptualización simplificada de las potencialidades que pueden ofrecer las herramientas digitales en el proceso de MM, ya que el papel que les otorga es secundario (Greefrath, 2011), permite visualizar la interacción con dos subprocesos del ciclo. Ya se ha expuesto, en modelos que anteceden al presente, el rol protagónico que desempeña la comprensión de la situación para que pueda producirse por medio de la simplificación y la matematización una transición al lenguaje matemático.

Ahora bien, el ciclo de Blum y Leiß (2007) incorpora en una nueva fase la transición a un “mundo tecnológico”, es decir se construye un nuevo modelo para la computadora, que permitirá determinar una serie de resultados que luego se traducen a expresiones matemáticas. Finalmente, los resultados matemáticos deberán ser interpretados y validados con la situación real que les dio origen.

Tal como expone Greefrath (2011) las herramientas digitales pueden relacionarse con varias etapas del ciclo de modelación, creando un ambiente favorable para experimentar, simular y visualizar. Un ejemplo lo constituye el uso del software GeoGebra para el trabajo en Geometría Euclidiana, ya que este permite que los alumnos interactúen con los objetos matemáticos que se presentan para profundizar sobre los conceptos y descubrir relaciones.

En el mismo sentido, Diković (2009) señala las posibilidades que ofrece un software dinámico como el GeoGebra para ver y explorar relaciones matemáticas, tarea que resulta engorrosa en ocasiones lograr sin el apoyo de esta tecnología. De este modo la herramienta digital posibilita visualizar vínculos, propiedades y formas en las que se relacionan los diferentes elementos que muchas veces pasan desapercibidos en un entorno que haga uso exclusivo de lápiz y papel. Por otra parte, señala la autora, este software posibilita experimentar con la situación, mejora la comprensión del alcance y limitaciones que puede tener un determinado concepto, así como potencia los procesos de abstracción que permiten una posterior generalización de las propiedades observadas.

2.2 Antecedentes empíricos y teóricos

Con el objetivo de proporcionar mayor claridad a la presentación de los principales antecedentes empíricos y teóricos considerados para nuestro trabajo, se decidió organizarlos según tres ejes temáticos: a) desarrollo de las competencias de MM, b) uso pedagógico de las herramientas digitales para la promoción de la MM y c) uso de aplicaciones matemáticas para potenciar la MM.

El primer eje agrupa una serie de estudios e informes internacionales que proporcionan evidencia sobre las competencias que los estudiantes ponen en juego cuando transitan por las diferentes fases del proceso de modelación. Entre la serie de artículos revisados, se localizó e incorporó aquellos que integran las herramientas digitales como un recurso para la promoción de las sub-competencias cognitivas de modelación. El segundo eje contiene una revisión de trabajos que destacan el valor superlativo de integrar la tecnología digital, para la enseñanza de la Matemática, con sentido pedagógico. Por último, el tercer eje refiere a un conjunto de antecedentes que dan cuenta de evidencia empírica de softwares matemáticos

para potenciar los procesos de modelación en el aula de Matemática. Se presenta un trabajo reciente de modelado explicativo del brote COVID-19 utilizando Scratch, una serie de trabajos que arrojan evidencia sobre el potencial de GeoGebra para modelar e investigaciones que evidencian las posibilidades de la plataforma Desmos para la modelación de situaciones del entorno de los alumnos.

2.2.1 Antecedentes que refieren al uso pedagógico de las herramientas digitales para la promoción de la Modelación Matemática

En Uruguay, en el campo de la Matemática, son escasas las investigaciones acerca de la integración de tecnologías digitales con sentido pedagógico. Un estudio reciente Bentancor-Biagas et al. (2021) con el que se buscó identificar y describir el uso que realizaron los profesores de Matemática de 1ero. y 2do. año de Educación Media de la placa Micro: bit, durante el primer año de la pandemia por coronavirus, pudo constatar que la placa programable, a través de procesos como la exploración, experimentación y el trabajo en resolución de problemas, contribuyó a mejorar la comprensión de conceptos vinculados a la divisibilidad en el campo de los números naturales, así como las operaciones y relaciones de orden en los números enteros. Por otra parte, el uso de la placa Micro: bit en la clase de Matemática favoreció el aprendizaje reflexivo y predispuso a los alumnos positivamente para la formulación de conjeturas y discusión de su validez.

Con base a la evidencia recogida durante este estudio se pudo constatar como la integración de la placa Micro: bit al aula de Matemática permitió a los docentes organizar las actividades de un modo diferentes. Se destacó el trabajo en equipos y colaborativo, la presencia del aprendizaje sobre la experiencia y en varias ocasiones se constató como el rol del docente se desdobra, en ocasiones es un guía didáctico y en otros momentos es aprendiz de lo que van proponiendo sus alumnos. Esto favoreció los vínculos entre el docente y los estudiantes, la motivación por el aprendizaje y arrojó evidencia de una práctica de innovación pedagógica. El uso de la tecnología para la resolución de las situaciones problemáticas propuestas posibilitó que una gran variedad de procesos (exploración, experimentación, descomposición, justificación, argumentación, validación, abstracción y modelación) se pusieran en juego.

Entre los hallazgos de este estudio destaca el potencial transformador para la enseñanza de la Matemática y el aprendizaje de habilidades digitales, siempre que las herramientas digitales sean acompañadas de sugerencias y orientaciones tecno-pedagógicas que contribuyan al cambio metodológico. La forma en que el profesor organizó el trabajo con sus alumnos, las interacciones entre los participantes y con las actividades asociadas al uso de la placa, es donde la tecnología digital adquiere su verdadero sentido pedagógico, hallazgos coincidentes con otros estudios internacionales (Coll et al., 2008; Coll & Rivera-Vargas, 2019).

Existe un estudio, de Doerr et al. (2017), en el que se analiza las diversas formas en que las herramientas digitales se utilizan en el proceso de MM. En este trabajo los autores destacan la importancia de las herramientas digitales para abordar situaciones problemáticas del mundo cotidiano, ya que potencian la construcción de modelos, al tiempo que proporcionan nuevas representaciones que pueden ser exploradas por los alumnos y que permiten dar forma a la situación que se desea modelar. De igual modo destacan la trascendencia que tiene incorporar la tecnología digital al proceso de MM ya que los caminos para lograr la modelación de la situación se vuelven más dinámicos y estocásticos.

La mirada hacia el sur de América permitió encontrar algunas investigaciones que sirvieron como referencia para este trabajo. Tal es el caso de un estudio de Chociai (2017), en el que investigó los procesos que los alumnos ponen en juego durante el desarrollo de las actividades de modelado. Se identificaron aspectos pedagógicos, psicológicos y comportamentales percibidos en los estudiantes cuando se abocan al trabajo en actividades de MM. También observó en qué medida las actitudes de los docentes contribuyen al aprendizaje a través de la MM. Los hallazgos de esta investigación permiten caracterizar a la MM como una metodología de enseñanza que optimiza la autonomía de los alumnos, promueve el razonamiento, la reflexión, y la investigación, en procura de encontrar modelos que permitan solucionar la situación planteada. Por otra parte, la interacción entre alumnos y alumnos y profesor, que se pone en juego durante el proceso de resolución de un problema, se visualiza como un elemento que potencia el desarrollo de las actividades y de los aprendizajes tanto intramatemáticos como extramatemáticos, que permiten el desarrollo del pensamiento crítico y reflexivo.

Por otra parte, un trabajo de Rodríguez y Quiroz (2016), titulado “El papel de la tecnología en el proceso de MM para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales”, permitió evidenciar el rol de las herramientas digitales que se utilizan a nivel universitario en el proceso de MM. Si bien la investigación se realizó en un curso de Ecuaciones Diferenciales con alumnos de educación terciaria, tiene interés para este trabajo ya que en ella se hace un análisis de diferentes aspectos del desarrollo de la competencia en la resolución de problemas de la vida real en el aprendizaje de la Matemática. En este trabajo el énfasis está puesto en la MM como una estrategia didáctica con el objetivo de brindar una visión contextualizada de la Matemática escolar y dotar al objeto matemático, Ecuaciones Diferenciales, de significado para el alumno. Entre los hallazgos más significativos podemos señalar que la modelación que se utilizó para la enseñanza de las Ecuaciones Diferenciales permitió un mayor acercamiento y comprensión de los problemas cotidianos, al tiempo que la tecnología tuvo un rol protagónico en la generación de relaciones entre las diferentes etapas del ciclo de Modelación.

2.2.2 Antecedentes que refieren al desarrollo de las competencias de Modelación Matemática

Entre los artículos revisados, que ofrecen análisis interpretativos de la incorporación de las prácticas de modelación, el trabajo de Krawitz et al. (2021), con estudiantes de secundaria de Alemania y Taiwán, sobre el rol que tiene la comprensión lectora en la modelación de situaciones del mundo real, ofreció evidencia significativa, respecto de las implicancias de esta con algunos de los procesos de la modelación. Se constató que la comprensión lectora influye en los procesos de estructuración, simplificación y comprensión de los supuestos propios del problema. Entre los principales hallazgos se encuentra que, la intervención del docente como ayuda para la comprensión lectora de la situación tiene una incidencia significativa para el interés de los estudiantes por participar de actividades de modelación, pero no en la mejora de su competencia para el modelado. Los resultados también señalan, diferencias en favor de los estudiantes de Alemania respecto a los de Taiwán, acerca de la construcción y diseño de los modelos. Estos últimos no lograron el diseño de modelos de una situación, aun cuando la comprensión lectora no fue impedimento. Por tanto, no solo la comprensión de la consigna influye para poder abordar la tarea de modelación, sino que además el estudiante debe disponer de una serie de metacogniciones que lo ayuden en este

proceso. Este hecho se condice por la presencia explícita de tareas de MM en los currículos de Alemania y no así de Taiwán (Krawitz et al., 2021).

Una investigación que proporciona datos de singular interés para nuestro estudio es la realizada por Villamizar et al. (2020) en la que se analizan experiencias de modelación de situaciones físicas que han sido reproducidas por software de análisis de video y de Geometría Dinámica. Si bien el estudio se realizó con estudiantes del primer grado de formación docente, fue un aporte para nuestro estudio ya que mostró que la tecnología digital apoyó y fortaleció el trabajo experimental y la modelación de la situación propuesta. Los hallazgos señalan las posibilidades que brindan las tecnologías utilizadas para establecer un puente didáctico entre la experimentación y la obtención de representaciones. El uso de GeoGebra posibilitó conjeturar posibles modelos que representarían a la situación, promovió la comprensión, significación e interpretación de la situación física planteada, así como la validación de resultados y la pertinencia de los modelos propuestos.

Dentro de esta misma línea y con el propósito de profundizar en las sub-competencias del proceso de modelación y en su naturaleza cíclica hemos abordado el trabajo de Hankeln et al. (2019), el que nos proporcionó evidencia a través de modelos psicométricos. El estudio muestra como las diferentes sub-competencias que intervienen en el ciclo de modelación pueden ser tratadas, para su evaluación, como dimensiones independientes y no agrupadas como habitualmente se hace en dos dimensiones; simplificación- matematización, e interpretación-validación.

Estos resultados reafirman la idea de considerar la división empírica del proceso de MM en diferentes pasos. Si bien el estudio tiene limitaciones debido a que se realizó modelando únicamente situaciones geométricas resulta relevante para nuestra investigación por el análisis detallado con el que se abordan las diferentes sub-competencias que participan del ciclo de modelación.

De particular interés para nuestra investigación, es el estudio realizado recientemente por Molina-Toro et al. (2019), que presenta una revisión de la literatura en que analizan como las prácticas de enseñanza mediadas con tecnología digital pueden transformar la forma de

trabajo en el aula. Identifican un número importante de trabajos en los que las herramientas digitales son vistas como un recurso que puede potenciar cualquiera de las sub-competencias de modelado. Producto de la inclusión de la tecnología, algunas de las acciones que los alumnos llevan adelante durante el proceso de modelación, se transforman y el análisis que hacen de la situación cambia. Por otra parte, también se localizan investigaciones en las que se pudo constatar que las herramientas digitales pueden reorganizar el proceso de modelación. En estos estudios las herramientas digitales no son utilizadas como un recurso para promover una sub-competencias específica, sino que se utiliza como un medio para desarrollar todo el proceso, convirtiéndose en un elemento constitutivo del proceso de modelación.

2.2.3 Antecedentes que refieren al uso de aplicaciones matemáticas para potenciar la Modelación Matemática

Entre los estudios revisados, que ofrecen información sobre experiencias de uso de aplicaciones matemáticas para modelar situaciones cotidianas, cabe mencionar un trabajo realizado por Sezer y Namukasa (2021), en el que a través de conceptos y habilidades matemáticas y computacionales se desarrollaron modelos explicativos del brote de COVID-19. En base a un estudio cualitativo desarrollado con alumnos de educación secundaria se analizaron dos situaciones de modelado básico diseñados con Sctrach. A través de los modelos se buscó mejorar la capacidad de los estudiantes para comprender parámetros, tasas y efectos variacionales que intervienen en el modelo que modeliza la pandemia.

El trabajo con los alumnos permitió además de promover competencias matemáticas y digitales, la oportunidad de motivar a los alumnos, al mostrar la relevancia que tiene el pensamiento computacional y la Matemática para resolver situaciones cotidianas. Esta propuesta que integró la programación con Scratch y la Matemática permitió, además de ilustrar de forma dinámica el comportamiento de los parámetros y tasas de brote, mostrar los efectos que tendría tomar ciertos controles para reducir la velocidad de propagación. Los modelos desarrollados muestran simulaciones de la propagación del brote y cómo interactúan algunas variables intervinientes como velocidad de propagación, movimiento, distancia entre personas de diferentes burbujas y cómo el bloqueo de servicios no esenciales puede contribuir a ralentizar la propagación. Entre los hallazgos se señala los beneficios del uso de la

programación por bloques con Scratch para la comprensión de modelos matemáticos que se utilizan para explicar un fenómeno como el COVID-19. También posibilitaron la experimentación y exploración de variados escenarios cuando se trabajó con las simulaciones.

En la misma línea de investigación encontramos un estudio realizado por Santos-Trigo et al. (2021), que se centró en la efectividad del software GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática y las posibilidades que ofrece para mejorar y ampliar las estrategias de resolución de problemas. Se destaca las posibilidades que este software de geometría dinámica ofrece para modelar dinámicamente problemas, cuantificar atributos de objetos matemáticos (longitudes, áreas, amplitudes angulares, entre otras), interpretar conceptos geométricos y algebraicos, arrastrar o mover elementos constitutivos de un modelo particular para examinar qué cambios produce, formular conjeturas y comunicar los resultados.

Entre los hallazgos de este estudio se encuentran los beneficios que tiene el uso de GeoGebra para el trabajo en resolución de problemas, por potenciar en los estudiantes estrategias heurísticas como ser: el uso de problemas auxiliares o relacionados con el problema original, el análisis de casos particulares de una situación dada, la descomposición de un problema complejo en problemas de menor complejidad, la determinación de regularidades e invariantes y la elaboración de conjeturas y la posterior comprobación del valor de verdad.

Al mismo tiempo que los problemas dinámicos proporcionan un escenario para el desarrollo de estas estrategias, posibilitan a los estudiantes profundizar en sus conocimientos matemáticos previos y los amplíen.

El trabajo de Santos-Trigo et al. (2021) comparte parcialmente el objeto de estudio con la investigación que llevamos adelante, al examinar las potencialidades que brinda GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Destaca la posibilidad de representar de dos modos diferentes el objeto matemático: el geométrico que se visualiza en la vista gráfica y el algebraico en la ventana algebraica, lo que permite explorar e investigar propiedades.

Esta doble representación que brinda GeoGebra del objeto matemático permite verificar resultados y desarrollar en los estudiantes capacidades de reflexión, que, aunque no constituyen una demostración formal de la Matemática, dan pistas para el argumento deductivo que asegura la verdad de una proposición.

Además, en el estudio se profundiza las posibilidades que brinda GeoGebra para dar sentido a las definiciones y conceptos, desarrollando imágenes conceptuales ricas que pueden ser evocadas en diversas situaciones problemáticas que enfrente el alumno.

Dentro de esta línea de trabajo y con el propósito de impulsar los cambios necesarios para lograr una efectiva integración pedagógica de las herramientas digitales, a la formación inicial de profesores de Matemática, se incorporó como antecedente empírico un estudio de TLS y Herman (2020), que tuvo como objetivo analizar el diseño de actividades de Matemática, para la enseñanza de la programación lineal, a través del uso de la plataforma educativa Desmos. Se realizó un estudio a través de un modelo indagativo cimentado en el paradigma cualitativo que enfocó en la formación inicial de profesores de Matemática en el uso de tecnología digital como un medio para diseñar, experimentar y reflexionar. Este trabajo resultó de relevancia para nuestra investigación por el exhaustivo análisis de las posibilidades que brinda la plataforma Desmos para la modelación de situaciones del entorno de los alumnos.

Entre los hallazgos de este estudio destaca el alto grado de acuerdo, que los profesores en formación tienen, sobre las fortalezas de la plataforma Desmos para la enseñanza de la Matemática. Estos profesores manifiestan que la plataforma proporciona un amplio andamiaje para que los estudiantes puedan realizar pruebas, explorar, crear, desarrollar el pensamiento matemático, promoviendo conexiones entre la programación lineal y su vida cotidiana. Desmos brindó un escenario para que cada alumno diseñara sus propias estrategias de resolución de problemas, a través de la participación, promoviendo nuevos conocimientos matemáticos y digitales a través del contexto y de actividades del entorno cotidiano de los alumnos (TLS & Herman, 2020).

Otra investigación que proporciona información de singular interés de las aplicaciones matemáticas para la enseñanza de la asignatura, que sirvió como antecedente para esta investigación, es un trabajo empírico de Greefrath et al. (2018), en el que se realizó una descripción del uso de las herramientas digitales para la MM. Apoyado en un estudio experimental cuantitativo, con 709 estudiantes de Alemania, en el que se comparó el desarrollo de las competencias de un grupo experimental que trabajó con herramientas digitales con otro grupo de control que realizó su trabajo con papel y lápiz, sobre la base de situaciones de modelación geométrica. Concretamente se investigó la competencia de matematización y se comprobó, que el software GeoGebra promueve cambios relevantes, en Geometría, que conducen a desarrollar las competencias para la modelación.

En la región un estudio, desarrollado en Argentina, por Bayés et al. (2018), sirvió como antecedente empírico para nuestro trabajo. El mismo se vincula con el uso del software GeoGebra como aplicación para la enseñanza de la Matemática, pero a través de los smartphones. En el trabajo se discuten las características que deben presentar los recursos digitales creados en GeoGebra para ser utilizados en smartphones, y como pueden ser transformados los recursos que fueron pensados para ser utilizados en computadora o tablets, para los smartphones. Las autoras destacan la importancia que estos dispositivos tienen hoy para la docencia, el aprendizaje, la investigación, así como para administrar la información. La rápida aceptación de los smartphones, para favorecer escenarios de aprendizaje, la posibilidad de acceder a la información en cualquier ocasión que hace del aprendizaje más flexible y personalizado, así como las nuevas formas de interacción entre los docentes y alumnos son algunos de los factores que han contribuido a que varios docentes incluyan estos dispositivos móviles en sus prácticas.

La importancia de este trabajo para esta investigación reside en el análisis que las autoras realizan de los aspectos destacados del aprendizaje móvil cuando se utiliza GeoGebra, así como los hallazgos en torno a las dificultades que se presentan cuando se utilizan recursos creados con GeoGebra para las computadoras en dispositivos móviles. Concluyen que, resulta imposible la usabilidad de estos recursos en smartphones de forma inmediata, debido el menor tamaño de la pantalla, la disponibilidad de almacenamiento con la que cuentan y hasta diferencias entre los sistemas operativos. Por otra parte, el estudio contribuye con una

serie de recomendaciones para mejorar el diseño de actividades en GeoGebra para smartphones: utilizar applets con dimensiones acordes a estos dispositivos móviles, incorporar poco texto en cada pantalla para evitar el scrolling, posibilitar que el texto pueda ocultarse rápidamente al tocar con el dedo sobre el mismo, mejorar el aprovechamiento de la vista algebraica, evitar los deslizadores que permitan controlar parámetros pero en caso de hacerlo incorporar a la vista algebraica del programa.

A su vez, un estudio realizado por Vaillant et al. (2019) se visualiza como un antecedente nacional para nuestro trabajo. El estudio se titula “Claves para incorporar las herramientas y plataformas digitales en la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico: percepciones de docentes y caminos de mejora” y tiene como propósito central identificar, describir y analizar las prácticas de uso de herramientas y plataformas digitales para la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico de Enseñanza Media.

Si bien el estudio no se enfocó en las prácticas de MM mediadas con herramientas digitales, el valor que tiene para nuestro trabajo refiere al exhaustivo análisis, que se realiza sobre el tipo de uso que hacen los docentes, de Matemática del Ciclo Básico de Educación Secundaria, de las plataformas y herramientas digitales, así como la búsqueda por establecer relaciones entre el uso de plataformas y herramientas digitales y los contenidos matemáticos que se enseñan. Otros aspectos relevantes que se consideraron de esta investigación tienen que ver con: la exploración de actividades basadas en tecnología, los logros y dificultades de implementación de las actividades usando recursos tecnológicos, los tipos de recursos utilizados, así como los aspectos que promueven o limitan la enseñanza de competencias basadas en el uso de tecnologías.

Entre las producciones de carácter nacional consultadas, existe una publicación cuyos aportes resultan particularmente significativos con respecto al uso de las plataformas de enseñanza que pone a disposición del sistema educativo Plan Ceibal. Se trata del documento “Uso de Plataformas Educativas 2020” (Plan Ceibal, 2020), que recoge datos sobre el comportamiento y el uso de tecnología digital de estudiantes y docentes de Matemática durante el período de suspensión de clases presenciales por la pandemia de COVID-19. El estudio reveló que, en el caso de los docentes del sistema educativo público nacional la

cobertura alcanzó el 46%, mientras que en los estudiantes de educación media registró un incremento del uso de 124% en secundaria y 165% en educación técnico profesional. De acuerdo con lo expuesto en este trabajo, los docentes destacaron el uso de la plataforma PAM por el hecho de involucrar y motivar a los estudiantes durante el aprendizaje, aunque se identificó principalmente un uso instrumental de la misma más que para la promoción de nuevos conocimientos matemáticos.

De particular interés para nuestro tema de investigación, dentro de las producciones de carácter nacional consultadas, resultó un estudio de Rodríguez Zidán et al. (2015), en el que los autores proponen una revisión de antecedentes de investigaciones como una forma de avanzar en el conocimiento referidos al cambio e innovación en las prácticas docentes mediadas con tecnología digital.

En este trabajo los autores presentan una amplia gama de evidencia empírica de las oportunidades que brindan la tecnología digital para el aprendizaje en el aula, así como fuera de esta. Se destaca el desarrollo de habilidades y competencias para el trabajo en la disciplina tales como, el aprendizaje por descubrimiento, el reconocimiento de regularidades y patrones, el planteamiento de argumentos, conjeturas, así como la posibilidad de generalizar resultados. Así mismo el uso de herramientas digitales como GeoGebra y Scratch permiten a los estudiantes el desarrollo de variadas estrategias de resolución de problemas que potencia la comprensión de los conceptos matemáticos y fomenta una actitud positiva por el aprendizaje de la Matemática. A partir de los datos y documentos comparados, los autores, realizan una serie de recomendaciones con el objetivo de ampliar las posibilidades de inclusión de la tecnología digital y contribuir a la reforma de la enseñanza y los aprendizajes entre las que se destaca, profundizar en el uso de la Plataforma PAM por las posibilidades que esta ofrece. De igual modo los autores destacan la amplia gama de actividades para el aprendizaje que se encuentran agrupadas según niveles de dificultad, la variedad de tareas para la ejercitación y el reforzamiento de algoritmos, así como un extenso repertorio de definiciones, sugerencias y comentarios que han sido revisados y ajustados por especialistas de Uruguay a las particularidades del sistema educativo uruguayo.

También a nivel local, una obra cuya consulta resultó ineludible a pesar de hallarse inscripta en el campo específico de la formación docente, fue el proyecto de cooperación interinstitucional que se realizó entre la Universidad ORT (Uruguay) y la Universidad de Sevilla (España), titulado “Educadores en la Era Digital: Aprender y enseñar con tecnologías en la formación inicial de profesores de educación media en Uruguay” (Rodríguez Zidán et al., 2017) que tuvo como objetivo principal indagar en los procesos relativos a la generación, desarrollo y aplicación del conocimiento tecnológico del contenido en la formación inicial de los profesores, con el propósito de desarrollar conocimiento en torno a las prácticas docentes mediadas con tecnología digital. El enfoque de este estudio fue mixto y se realizó en seis Centros Regionales de Profesores del Uruguay con formadores y estudiantes del último año de la carrera en distintas asignaturas. Uno de los resultados más significativos para nuestra investigación refiere a la forma en que se utilizan las herramientas digitales para la enseñanza y aprendizaje. Las evidencias recogidas permitieron constatar diferencias en el uso de la tecnología digital según la especialidad que cursan o imparten, siendo más genérico y frecuente en las áreas que involucran las humanidades y más específico, pero menos frecuentes en Matemática y ciencias de la naturaleza.

Finalmente, dentro de esta misma línea una investigación que ofrece datos de singular interés es la realizada en el marco de una tesis doctoral por Mazzotti (2016), con la finalidad de conocer los factores que inciden en los procesos que los docentes llevan adelante con el propósito de incluir las tecnologías digitales en sus propuestas pedagógicas. Los hallazgos recogidos en “Los iTICnerarios docentes. Enseñantes recorriendo territorios tecnológicos” por el investigador, muestran que los profesores transitan por recorridos muy diversos cuando despliegan nuevas prácticas de enseñanza con la mediación de la tecnología digital.

Esta investigación de enfoque mixto se desarrolló en siete instituciones educativas de Uruguay, cinco de Montevideo y dos ubicados en un departamento del sureste del país. Entre los hallazgos de este trabajo, uno de los resultados más significativos propuestos es el sistema constituido por cuatro modelos diferentes de trayectorias que transitan los profesores, para la mediación de la enseñanza con tecnología digital en el aula. En dos de los modelos propuestos, las herramientas digitales se van incorporando a la práctica de enseñanza de los docentes en base a una transformación gradual desde un nivel incipiente a otro de mayor

complejidad. En los otros dos modelos aparecen situaciones singulares, es decir circunstancias en las que se presentan verdaderos puntos de inflexión. Por otra parte, los resultados obtenidos en los estudios cuantitativos referidos a los índices, “uso de la tecnología en clase” y “preparación” proporcionan una gran variedad de conclusiones emanadas de los cruzamientos de estos dos índices con una serie de variables como edad, antigüedad, tipo de gestión, género, zona geográfica y estrato, que han servido para nuestro trabajo (Mazzotti, 2016).

La Tabla 2 muestra el objetivo de cada uno de los antecedentes empíricos y teóricos que han servido para situar el estado de la temática que aborda esta investigación, así como el interés que tienen para esta.

Tabla 2

Antecedentes empíricos y teóricos de la investigación

Autor/Año	Objetivo de su investigación	Resultados significativos
Krawitz et al. (2021)	El papel de la comprensión lectora en la modelación de situaciones del mundo real y sus implicancias en los procesos de la modelación.	La comprensión lectora influye en los procesos de estructuración, simplificación y comprensión de los problemas. La intervención del docente es significativa para el interés de los estudiantes por participar de actividades de modelación, pero no en la mejora de su competencia para el modelado.
Villamizar et al. (2020)	Análisis de experiencias de modelación de situaciones físicas, reproducidas por software de análisis de video y de Geometría Dinámica.	Establecer un puente didáctico entre la experimentación y las representaciones. El uso de GeoGebra posibilitó conjeturar posibles modelos que representaran a la situación, así como promovió la comprensión, significación e interpretación de la situación física.
Hankeln et al. (2019)	Las sub-competencias: simplificación, matematización, interpretación y validación, pueden ser tratadas como dimensiones independientes.	División empírica del proceso de MM en diferentes pasos. Análisis detallado con el que se abordan las diferentes sub-competencias que participan del ciclo de Modelación.
Molina-Toro, et al. (2019)	Revisión literaria: análisis de las prácticas de enseñanza con tecnología digital para transformar el trabajo en el aula.	Las herramientas digitales pueden potenciar cualquiera de las sub-competencias de modelado y pueden reorganizar el proceso de modelación.

Bentancor-Biagas, et al. (2021)	Identificar y describir el uso que realizan de la placa Micro: bit los profesores de Matemática de 1ero. y 2do año. de Educación Media de Uruguay.	El uso de la placa Micro: bit permitió mejorar la comprensión de conceptos matemáticos. Promovió el aprendizaje reflexivo y predispuso a los alumnos para la conjeturación y posterior validación.
Doerr et al. (2017)	Análisis de las diferentes formas en que las herramientas digitales se utilizan en el proceso de MM.	Importancia de las herramientas digitales para abordar situaciones problemáticas del mundo cotidiano.
Chociai (2017)	Aspectos pedagógicos, psicológicos y comportamentales presentes en actividades de MM.	Caracterizar a la MM como una metodología de enseñanza de la Matemática.
Rodríguez y Quiroz (2016)	El papel de la tecnología en el proceso de MM para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales.	Desarrollo de la competencia en la resolución de problemas de la vida real en el aprendizaje de las Matemáticas. Rol protagónico de la tecnología en la generación de relaciones entre las diferentes etapas del ciclo de Modelación.
Sezer y Namukas (2021)	A través de conceptos y habilidades matemáticas y computacionales se desarrollaron modelos explicativos del brote de COVID-19. Se analizaron dos situaciones de modelado básico diseñados con Scratch.	Beneficios del uso de la programación por bloques con Scratch para la comprensión de modelos matemáticos que se utilizan para explicar un fenómeno como el COVID-19. También posibilitaron la experimentación y exportación de variados escenarios cuando se trabajó con las simulaciones.
Santos-Trigo et al. (2021)	Se centró en la efectividad del software GeoGebra para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática y las posibilidades que ofrece para mejorar y ampliar las estrategias de resolución de problemas.	GeoGebra proporcionan el escenario para el desarrollo de estas estrategias heurística para la resolución de problemas, y posibilita que los estudiantes profundicen en sus conocimientos matemáticos previos y los amplíen.
TLS y Herman (2020)	Analizar el diseño de actividades de Matemática, para la enseñanza de la programación lineal, a través del uso de la plataforma educativa Desmos.	Alto grado de acuerdo sobre las fortalezas de la plataforma Desmos para la enseñanza de la Matemática. La plataforma proporciona un amplio andamiaje para que los estudiantes puedan realizar pruebas, explorar, desarrollar el pensamiento matemático, y las conexiones entre la programación lineal y su vida cotidiana.
Greefrath et al. (2018)	El software dinámico desarrolla la competencia de matematización y puede producir cambios favorables en el proceso de MM	Interacción del software dinámico con las sub-competencias de la MM

Bayés et al. (2018)	Singularidades con las que deben contar los recursos digitales creados para ser utilizados con GeoGebra en smartphones	Promoción del uso de dispositivos móviles para el uso de GeoGebra. Interacción de GeoGebra en las etapas del proceso de MM
Vaillant, et al. (2019)	Identificar, describir y analizar las prácticas de uso de herramientas y plataformas digitales para la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico de Educación Media.	Usos que hacen los docentes de las plataformas y herramientas digitales. Relaciones entre el uso de plataformas y herramientas digitales y los contenidos matemáticos que se enseñan. Aspectos que promueven o limitan la enseñanza de competencias tecnológicas.
Plan Ceibal (2020)	Informe: Resumen de uso de las plataformas 2020	Cobertura docente alcanzó el 46%, mientras que el uso registró un incremento de 124% en secundaria y 165% en educación técnico profesional. Se destaca el uso de PAM por el hecho de involucrar y motivar a los estudiantes durante el aprendizaje, aunque se identificó principalmente un uso instrumental.
Rodríguez Zidán et al. (2015)	Realizar una revisión comparada de los antecedentes más significativos respecto al desarrollo de la tecnología 1:1 y sus implicancias en la equidad social, oportunidades de inclusión digital y mejora de la enseñanza.	Desarrollo de habilidades y competencias para el trabajo en Matemática tales como, el aprendizaje por descubrimiento, el reconocimiento de patrones, el planteamiento conjeturas y generalización. Así mismo el uso de GeoGebra y Scratch permite a los estudiantes el desarrollo de variadas estrategias de resolución de problemas que potencia la comprensión de los conceptos matemáticos.
Rodríguez Zidán et al. (2017)	Indagar en los procesos de generación, desarrollo y aplicación del conocimiento tecnológico del contenido en la formación inicial de los profesores.	El uso de la tecnología digital es más genérico y frecuente en las áreas que involucran las humanidades y más específico pero menos frecuentes en Matemática y ciencias de la naturaleza.
Mazzotti (2016)	Describir y caracterizar los diferentes itinerarios por los que transitan los docentes en la incorporación de las TIC en sus prácticas de enseñanza.	Sistema cimentado en cuatro modelos de incorporación de la tecnología digital en el aula.

Fuente: Elaboración personal

2.3 Síntesis del capítulo

El recorrido por este capítulo buscó exponer el sustento teórico de esta investigación, para lo que hemos desarrollado una exhaustiva revisión bibliográfica referida a los núcleos conceptuales del saber matemático y pedagógico que articulan este trabajo. Además, se recogen los estudios empíricos a nivel internacional y nacional que conforman un conjunto de contribuciones que dan cuenta del estado de situación de la temática y han posibilitado contrastar diferentes tendencias y líneas de investigación.

Entre los aportes cabe destacar en primer término, la conceptualización de modelo matemático y modelación, así como el desarrollo de los enfoques, didáctico-pedagógico, cognitivo y tecnológico que han servido para dar marco a los procesos constitutivos de la MM en ámbito de la educación. Hemos decidido subscribir a la noción de modelo dada por Lesh y Harel (2003), como aquellos sistemas que permite describir y explicar los elementos matemáticos que están presentes en situaciones tanto del dominio intramatemático como extramatemático y que permite visualizar las relaciones entre los diferentes elementos que conforman el problema, así como los patrones y regularidades que subyacen a la misma. Por otra parte, se adoptaron los fundamentos de Biembengut y Hein (2000) y Bosch, et al. (2006) quienes proponen una visión amplia del concepto modelación, entendiéndola como aquella que considera al ente a ser modelado no solo como una parte del mundo real, sino que incluye situaciones y fenómenos intramatemáticos para ser modelados.

Se incluyó una revisión de los principales aportes que analizan la naturaleza cíclica de la MM y las sub-competencias que se ponen en juego en los procesos de modelación. En base a los modelos propuestos hemos tomado el ciclo de modelación de Maaß (2006) que incorpora los procesos de simplificación, matematización, trabajo matemático (matematización vertical), interpretación y validación, para enmarcar el significado que tendrá para esta investigación este constructo, teniendo presente como lo expone Greefrath (2011) que la tecnología digital puede interactuar con varias etapas del ciclo de modelación, proporcionado un ambiente favorable para experimentar, simular y visualizar.

CAPÍTULO 3: CREENCIAS Y HERRAMIENTAS DIGITALES PARA LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

En este capítulo el lector encontrará dos secciones. La primera de ellas, bajo la denominación, núcleos conceptuales pedagógicos, recoge los principales aportes del constructo creencias de los docentes sobre la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, sobre el uso de herramientas digitales para esta tarea y los marcos didáctico-matemático de referencia que sustentan nuestra investigación.

Posteriormente, en la segunda sección, se desarrolló una breve caracterización de los principales softwares utilizados por los docentes de Matemática, que participaron de esta investigación, para la enseñanza y la promoción de la modelación.

3.1 Núcleos conceptuales pedagógicos

El propósito de esta sección es ahondar en el marco teórico de nuestro trabajo procurando enriquecer conceptualmente los temas que ya hemos abordado en el Capítulo 2 y que nos han permitido presentar algunos de los tópicos a través de los cuales se articula nuestra investigación. A los núcleos conceptuales del saber matemáticos y los antecedentes empíricos y teóricos ya abordados se suman, para nutrir el marco teórico, las creencias de los profesores sobre la enseñanza de la Matemática y sobre el uso de las tecnologías digitales con este fin, los marcos didácticos de referencia y las principales herramientas digitales que utilizan los profesores de Matemática de Uruguay.

3.1.1 Pensamiento del profesor. Creencias docentes

Existe un número importante de investigaciones relativas al pensamiento del profesor como un elemento central en las prácticas de enseñanza ya que la forma en que estos se conducen en el aula queda determinada por su pensamiento, concepciones y creencias. La naturaleza de este pensamiento considera que el profesor es un sujeto que actúa acorde al conocimiento adquirido durante su trayectoria profesional y su escolarización, así como a sus juicios y

decisiones que va tomando en un entorno educativo incierto (Vaillant & Marcelo, 2015; Sanger, 2017).

Asociado a este pensamiento se encuentran las formas en que los docentes aprenden ya que estas tienen incidencia en las acciones y posicionamientos que el profesor lleva adelante durante los procesos de enseñanza y de aprendizaje. Este aprendizaje se da en un entramado de relaciones (Hernández-Hernández & Sancho Gil, 2019), en la que interactúa lo biográfico, lo corpóreo además de lo cognitivo. Aprenden de las relaciones con otros profesores y los estudiantes y en sus trayectos, que van construyendo desde afuera de la escuela a la vida misma de la institución escolar. Estos aprendizajes resultan decisivos tanto en el compromiso, el involucramiento y sus decisiones respecto al entramado educativo. En esta línea argumentativa, Bosco et al. (2019) destaca como característica central de las experiencias de aprendizaje la imposibilidad de estas de ser contempladas en forma aislada, ya que los profesores, “asignan un territorio o espacio en sus cartografías, a los diferentes ámbitos en los que aprenden (familia, amigos, ocio, cultura, escuela), al tiempo que explicitan múltiples intersecciones y tránsitos entre unos y otros” (p. 87).

Respecto a las creencias docentes, diversos autores (Sanger, 2017; Vaillant & Marcelo, 2015; Medina & Encomienda, 2007) señalan la multiplicidad de acepciones que se han utilizado para referirse a este concepto en el campo educativo, dado que sus límites son difusos, por lo que habitualmente suele confundirse con otros constructos como: concepciones, actitudes, opiniones, esquemas y perspectivas.

En la distinción de estos constructos se reconoce a las creencias como, verdades indiscutibles del profesor, que no dan lugar a cuestionamiento que habitualmente provienen de su experiencia personal o de la fantasía y con un fuerte componente que refiere a sus experiencias, asociadas a sus intereses personales y trayectorias de vida que ocurren en la mente del profesor y guían sus decisiones (Hernández-Hernández & Sancho-Gil, 2019).

Caben destacar tres aspectos centrales de esta construcción teórica: a) las creencias de los docentes repercuten en lo que hacen y dicen en el aula (Hernández-Hernández & Sancho-

Gil, 2019), b) tiene incidencia directa en como los docentes aprenden a enseñar y su disposición para llevar adelante nuevos enfoques (Bosco et al., 2019) y c) reconocer y entender las creencias de los docentes resulta de interés para mejorar la práctica de enseñanza de los profesores en servicio y reformular los currículo de formación inicial docente (Cross, 2015).

En las investigaciones revisadas sobre esta temática, se pudo constatar un gran número de trabajos sobre las creencias que los profesores traen consigo cuando inician la formación docente y cómo identificarlas y comprenderlas es esencial para promover acciones que permitan la mejora de los procesos de enseñanza (Medina & Encomienda, 2007):

(...) las creencias que poseen los docentes influyen en su percepción y juicio, que son los que, en realidad, afectan a lo que dicen y hacen en clase. Las creencias juegan un papel clave en cómo los profesores aprenden a enseñar, esto es, en cómo interpretan la nueva información acerca de la enseñanza y el aprendizaje y cómo esta información es trasladada hacia las prácticas de clase. Identificar y comprender las creencias de los profesores y, por ende, de los que estudian para serlo, es fundamental para la mejora de la práctica de la enseñanza y los programas de formación inicial de los docentes. (pp. 148-150)

En este mismo sentido Sanger (2017) señala, que los docentes, poseen un sistema de creencias que se relaciona con los conocimientos que poseen de su profesión, formando redes e interconexiones en las que unas influyen sobre las otras y que permiten entender y actuar sobre la realidad educativa. Así mismo al decir de Sanger (2017) las creencias actúan como filtros interpretativos, como guías para el docente para tomar determinados cursos de acción.

Tan importante como lograr clarificar conceptualmente el concepto de creencia es poder precisar su origen. Al respecto Bosco et al. (2019) señala una serie de motivos a partir de los que se originan las creencias, producto de la voluntad y necesidad de creer y elegir una forma de actuar. Hemos de destacar entre los motivos señalados por este autor: la razón que supone

el conocimiento intelectual, el deseo o sentimiento, la influencia de la sociedad y la cultura y la voluntad de creer del propio docente.

De modo similar, De Riba y Revelles (2019) identifica una serie de experiencias a partir de las cuales se originan las creencias y conocimientos del docente, para el desarrollo de las prácticas de enseñanza. Estos autores reconocen las creencias sobre el aprendizaje como un constructo que además de incluir las experiencias asociadas al conocimiento formal y escolar se forman a partir de las biografías docentes. Así es que, las experiencias personales que tienen en cuenta aspectos de su vida, de la visión sobre sí mismo y sobre el mundo que lo rodea, ideas que se forma a partir de las diferentes interacciones que se dan entre la escuela, la familia, la sociedad y la cultura, son todos elementos que pueden influir en las creencias del profesorado acerca de la forma que se aprende a enseñar.

Esta mirada contempla diferentes aspectos de las experiencias personales de los docentes, que trascienden el ámbito institucional, al tiempo que realza nuevas formas de conocer, saberes y aprendizajes gestados a partir de los mismos. Cómo se aprenden los conocimientos y la forma de enseñarlos, constituyen un elemento central en la construcción del sistema de creencias del profesor (De Riba & Revelles, 2019). En la misma línea argumentativa un estudio de Erstad et al. (2021), en el que se analiza tres iniciativas para la transformación educativa en instituciones de educación secundaria de Noruega, Chile y España, analiza como el trabajo en proyectos que: incluyan situaciones de la vida real de los participantes, que conecten con los intereses de los estudiantes, la comunidad y la familia, además de vincular con las trayectorias de vida de los estudiantes y las problemáticas del contexto que los rodea, son elementos trascendentes que los docentes deberían tener en cuenta a la hora de pensar sus prácticas de enseñanza.

Respecto a las experiencias asociadas al conocimiento formal, Vaillant y Marcelo (2015) advierten que la manera en que se aprenden los conocimientos y la forma de enseñarlos también constituyen un elemento central en la construcción de las creencias del profesor. Con relación a como se configura el aprendizaje de los profesores Opfer y Pedder (2011) señalan una serie de recomendaciones para tener en cuenta en este proceso: a) el propio docente, b)

la institución educativa en la que se encuentra inserto, c) las actividades de aprendizaje de las que participa y d) las experiencias de aprendizaje externas a su práctica de aula.

Autores como Medina y Encomienda (2007) y Sanger (2017) sostienen que los docentes establecen sus creencias acerca de la función de la escuela y de la enseñanza a través de su propio proceso de escolarización. Las dificultades de aprendizaje vividas durante su tránsito en la escuela, así como sus experiencias sociales, generan fuertes ideas arraigadas en el inconsciente del profesor, que son muy difíciles de cambiar.

3.1.2 Creencias de los profesores sobre la Matemática, su enseñanza y aprendizaje

Con relación a la enseñanza de la Matemática un estudio internacional de TEDS-M (*Teacher Education Study in Mathematics*) realizado en 17 países, que tuvo entre sus objetivos caracterizar las creencias que los profesores tienen sobre la enseñanza y aprendizaje de la Matemática, así como de su autopercepción y preparación para la enseñanza INEE (2019), constató dos creencias sobre el aprendizaje. Por un lado, los alumnos aprenden siguiendo las instrucciones paso a paso del docente y por otro, el aprendizaje se alcanza a través de la participación activa de los estudiantes en la construcción del conocimiento.

Estos hallazgos son coincidentes con los planteos de Philipp (2007), quién al respecto señala: por una parte se encuentran aquellas creencias que condicionan el éxito o fracaso del aprendizaje de la Matemática al seguimiento de instrucciones del profesor. Subyace a este convencimiento una imagen de la Matemática instrumental, reduccionista, respondiendo un modelo transmisivo y operativo en que la aplicación de cálculo y los procedimientos rutinarios son el centro de la actividad. Los docentes que concuerdan con esta creencia centran sus acciones de enseñanza, en procesos como la memorización de fórmulas y algoritmos de cálculo, procedimientos exactos para resolver situaciones siempre del mismo modo y énfasis en la obtención de la respuesta correcta al problema planteado más que el proceso realizado para la resolución (Ramos & Casas, 2018).

Por otra parte, la existencia de creencias docentes que conciben la enseñanza de otra forma, más reflexiva, orientada a la creación y transformación del conocimiento para lograr el

aprendizaje a partir de la participación de los alumnos, a las que podemos considerar como metodologías pedagógicas activas (Philipp, 2007). En la misma línea Ramos y Casas (2018), señalan la importancia que tiene para el aprendizaje el “hacer Matemática”, en el entendido que los alumnos deben involucrarse como verdaderos actores del proceso de aprendizaje y realizar sus propias indagaciones y estrategias de resolución de los problemas propuestos. Los profesores que concuerdan con esta creencia de enseñanza y aprendizaje señalan la importancia de los procesos de resolución y la reflexión sobre la acción que lleva a los alumnos a la comprensión de las razones de por qué una respuesta es o no correcta.

Asimismo, autores como Deulofeu et al. (2010) y Chandía et al. (2016) nos llaman la atención sobre la importancia que adquieren las primeras experiencias en la formación inicial del docente, por el fuerte impacto que estas tienen en su corpus de conocimiento, y que dificultan introducir en su repertorio pedagógico nuevas perspectivas curriculares. Si la formación inicial de los docentes de Matemática tiene un alto componente instrumental, es posible que modelos didácticos basados en la resolución de situaciones problemáticas encuentren ciertas resistencias, porque sencillamente no es la forma en la que han aprendido (Chandía et al., 2016).

Un estudio de Ernest (2005), ahonda más en esta caracterización y logra distinguir tres creencias diferentes sobre la esencia de la Matemática. Primeramente, se identifica una mirada dinámica que tiene en cuenta que la Matemática y en particular su enseñanza, es un campo del conocimiento en continua expansión. La búsqueda de soluciones para los problemas propuestos, conducen a la búsqueda de nuevos reconocimientos y patrones que conducen a la generación de nuevos saberes en esta rama del conocimiento. Por otro lado, de manera antagónica, se presenta una mirada en la que se concibe a la Matemática como un conjunto de conocimientos estático y unificado formado por estructuras interconectadas (definiciones, axiomas, teoremas, lemas y corolarios) y verdades interconectadas por la lógica. Los conocimientos matemáticos son aprehendidos por los estudiantes, no habiendo posibilidad de construcción del conocimiento. Un tercer punto de vista considera a la Matemática como una caja de herramientas que constituyen ciertas habilidades y destrezas, que pueden ser adquiridas a través de un entrenamiento apropiado.

Profundizando aún más en la revisión literaria, respecto a las creencias de los profesores de los modelos de enseñanza y aprendizaje, hemos podido identificar a partir de los planteos de Vesga & Losada (2018), cuatro perspectivas. Los matices de estas perspectivas surgen a partir de donde están centrados estos modelos de enseñanza y aprendizaje: a) en el alumno, el énfasis está en la construcción del conocimiento por parte del alumno y el docente es un promotor del aprendizaje; b) en el contenido, se hace hincapié en la comprensión de las ideas lógicas que permiten vincular las ideas matemáticas y los conceptos; c) en el contenido con énfasis en el rendimiento del estudiante, el contenido que el docente trabaja en el aula es organizado de forma jerárquica y el rol del profesor es demostrar y presentar los conceptos de un modo expositivo mientras los alumnos escuchan y participan según se los habilite y d) en el aula, el esfuerzo está puesto en que las actividades propuestas en clase deben estar bien estructuradas y organizadas. Bajo esta perspectiva se aprende mejor cuando las actividades que se desarrollan en el aula son presentadas con claridad con una secuencia ordenada.

Por otro lado, Cross (2015), señalan que las creencias que emanan de los profesores de Matemática son un tipo de conocimiento muy peculiar, con un componente importante de subjetividad y poco elaborado. Peculiar por ser un conocimiento formado por los afectos, sentimientos y experiencias del profesor más que por la racionalidad. Así es que, este conocimiento, explica el proceder de muchas de las acciones del docente, al punto que puede llegar a remplazar el propio conocimiento matemático en ausencia de este (Cross, 2015).

En el escenario actual de una sociedad basada en la información y el conocimiento, la enseñanza de la Matemática genera grandes desafíos para los docentes ya que además de los saberes específicos de la disciplina y su didáctica, es necesario el desarrollo de habilidades para el empleo de las herramientas digitales, a efectos de poder diseñar nuevos escenarios para transformar la práctica docente. Asimismo, se plantean nuevos desafíos de cómo incorporar las tecnologías digitales sin que estas creen desigualdades entre los diferentes sectores de la sociedad Selwyn (2016), que difícilmente se podrán atenuar, a no ser que los gobiernos pongan en marcha políticas educativas que permitan trascender la concepción de educación escolar más allá de las prácticas educativas institucionalizadas (Coll & Rivera-Vargas, 2019).

3.1.3 Creencias de los docentes y el uso de las herramientas digitales

En las secciones anteriores hemos profundizado en las creencias de los docentes para el desarrollo de las prácticas de enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Tal como lo señalan ChanMin et al. (2013) para comprender como los docentes integran a sus experiencias prácticas las herramientas digitales se deben focalizar en el sistema de creencias del docente en su conjunto y no solo aquellas que se relacionan con la tecnología digital. Es decir, es necesario tener en cuenta las creencias de los docentes de carácter epistémico y didáctico.

Las creencias de carácter epistémico están asociadas al entendimiento de la naturaleza del conocimiento matemático, su origen, qué valor de validez tienen los constructos matemáticos, que grado de capacidad tienen para predecir sucesos. Por otra parte, las creencias didácticas referidas a la enseñanza y el aprendizaje se vinculan con, qué es enseñar y aprender Matemática, cómo se enseña y se aprende, cómo el docente valida lo aprendido y el estudiante toma conciencia de que ha adquirido los conceptos. Así es que esas creencias se constituyen en esenciales para comprender como los docentes integran la tecnología a sus prácticas de enseñanza (ChanMin, et al., 2013).

En base a estudios realizados por ChanMin, et al. (2013), las creencias de carácter epistémico se correlacionan significativamente con las formas efectivas de enseñar de los docentes y el aprendizaje, e inciden en la gestión didáctica del profesor, su motivación y predisposición para la tarea. En tal sentido, aquellos docentes que desarrollan una visión epistémica compleja tienen la predisposición a proponer actividades de enseñanza centradas en los alumnos y tienen una mayor frecuencia de uso de las herramientas digitales para la enseñanza.

Estos resultados también se evidencian en los trabajos de Ertmer et al. (2012) quién plantó la estrecha relación que existe entre las creencias del tipo pedagógico del profesor y el uso de la tecnología digital para mediar la enseñanza. El reconocimiento de esta situación conduce a pensar en las creencias docentes sobre la naturaleza del conocimiento y sobre las formas de enseñar y de aprender como un marco contextual para aquellas que se relacionan con la

tecnología digital. En este sentido, es necesario promocionar prácticas que lleven a los estudiantes no solo a asimilar conocimiento relevante y actual, sino también a que sean actores protagónicos en la construcción del mismo. Hoy más que en ningún otro momento de la historia de la humanidad la información está en abierto y ampliamente disponible (Coll & Rivera-Vargas, 2019), por lo que el desafío de los docentes será acompañar en la construcción de nuevos conocimientos a partir de la selección de la información disponible (Selwyn, 2016).

Por otra parte, además de la necesaria comprensión de las creencias docentes para entender como incluyen a las herramientas digitales en los procesos pedagógicos, también importa entender el rol protagónico que estas tienen en la actualidad en nuestras vidas. Las tecnologías digitales han provocado verdaderas transformaciones sociales y culturales Selwyn (2016), promoviendo nuevas formas de producción de los saberes, de relacionamiento interpersonal y cambios en la manera en que los sujetos se aproximan al conocimiento y a los objetos de estudio (Selwyn, 2016; Rivera-Vargas et al., 2017). La forma en que se construye el conocimiento en la sociedad digital ha cambiado y la escuela no ha permanecido ajena a dichos cambios. Asistimos a nuevas configuraciones, donde se desarrollan actividades en entornos virtuales y presenciales, algunas tienen que ver con la educación formal, otras con la educación no formal, pero todas ellas habilitantes de la construcción de saberes (Miño et al., 2019).

Otra investigación de singular importancia para relevar la importancia que tienen las creencias de los profesores para la inclusión de la tecnología digital en el aula es el trabajo de Liu (2011). En este estudio el autor proporciona evidencia empírica de la influencia que ejerce el sistema de creencias de los docentes a la hora de incorporar la tecnología digital a su práctica de enseñanza, así como el valor que les confieren en los procesos pedagógicos. Complementando este trabajo y basados en los aportes de Ertmer et al. (2012) podemos expresar que, si bien es necesario que el docente disponga de conocimiento sobre la tecnología y sobre su uso, no es suficiente si no se auto perciben competentes y con una actitud proactiva para la inclusión de las tecnologías digitales en sus prácticas de enseñanza.

Dentro de esta misma línea, los estudios de ChanMin, et al. (2013), Ertmer, et al. (2012) y Liu (2010) nos han permitido identificar una serie de creencias pedagógicas de los docentes respecto al uso de las herramientas digitales para la enseñanza, que son comunes a estos trabajos. Las creencias están asociadas con: el convencimiento de que la tecnología digital brinda un espacio apropiado para centralizar materiales para el curso, promueve procesos de aprendizaje, favorece el aprendizaje centrado en el alumno basando en el trabajo en equipos, fomenta la motivación y el entusiasmo por el aprendizaje, transforma las actividades rutinarias de aula en actividades atrayentes, simplifica el tiempo de operaciones rutinarias y complejas, colabora en el diseño de actividades innovadoras.

De igual modo, Ertmer (2005), Ertmer, et al. (2012) y Liu (2011) señalan que el conjunto de creencias de los docentes tiende a agruparse en extremos opuestos. Estas posturas opuestas de los docentes se presentan como: tradicionales y constructivistas. Las primeras están centradas en el docente, con foco en la enseñanza y la trasmisión del conocimiento, relegando los espacios para la reflexión y el análisis. Las segundas, centradas principalmente en el alumno y focalizadas en el aprendizaje. Los docentes cuyas creencias refieren a una enseñanza tradicional habitualmente no incorporan la tecnología digital en sus prácticas, es decir estas creencias ofrecen una barrera para su inclusión y por el contrario aquellos docentes que tienen una postura constructivista tienden a realiza un mayor uso de las herramientas digitales en el aula.

En la misma línea de lo antes expuesto, el trabajo de Coll et al. (2008) permiten enmarcar como los docentes integran las herramientas digitales a partir del potencial que le atribuyen para el aprendizaje. Al respecto estos autores señalan tres posibles formas en que los docentes integran las herramientas digitales: a) si se piensan como sistemas de información para la búsqueda y procesamiento de datos, serán necesario incorporarlas como contenidos al currículo; b) si se conciben como recursos con el objetivo de facilitar los procesos de enseñanza y aprendizaje, lo que no implica que sean un componente para la transformación de la práctica sino que muchas veces por el contrario refuerza la praxis del docente y c) si se entienden como herramientas que interactúan con procesos cognitivos como percepción, memoria y razonamiento con el propósito de aprovechar las potencialidades de la tecnología

y proporcionar espacios que permitan incursionar en otras maneras de enseñar los conceptos matemáticos.

3.2 Herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática

El propósito de esta sección es proporcionar al lector una breve caracterización de los principales softwares que los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Educación Media, que participaron de esta investigación, utilizan en su práctica de enseñanza para la construcción del conocimiento matemático y la modelación de situaciones. Se destacan: a) las plataformas digitales, en particular las plataformas PAM y Desmos; b) el software de Geometría dinámica GeoGebra y c) la placa programable Micro: bit y Scratch, con las que los docentes introducen la programación al aula de Matemática.

3.2.1 Plataformas de aprendizaje

La literatura relevada permitió visualizar una gran variedad de denominaciones para definir una misma realidad. Bajo el término Plataformas digitales encontramos calificativos como: Entorno Virtual de Aprendizaje (*Virtual Learning Environment*), Sistemas de Gestión de Aprendizaje (*Learning Management System*), Ambiente Controlado de Aprendizaje (*Managed Learning Environment*), Sistema Integrado de Aprendizaje (*Integrated Learning System*), Plataforma de Aprendizaje (*Learning Platform*), entre otros. Algunas de estas denominaciones destacan a estos sistemas como “repositorios de cursos” que incluyen herramientas para la comunicación, evaluación y seguimientos de la actividad del alumno. No obstante, otras se refieren a estas estructuras como el espacio en el que se lleva adelante el aprendizaje.

A efectos de poder explicitar con mayor precisión las características de las plataformas digitales en las que los docentes de Matemática, de enseñanza media de Uruguay, utilizan con mayor frecuencia para la enseñanza, consideramos oportuno repasar sintéticamente las singularidades de las principales plataformas: PAM y Desmos.

3.2.1.1 Plataforma Adaptativa de Matemática

La Plataforma Adaptativa de Matemática (PAM) es una plataforma de apoyo a la enseñanza de la Matemática que Plan Ceibal ha puesto en marcha desde el año 2013. Su propósito es promover el aprendizaje de la asignatura, de los estudiantes de enseñanza primaria y media de las instituciones públicas de Uruguay. La principal característica de esta plataforma es su adaptabilidad a los tiempos de aprendizaje de cada estudiante y la variedad de recursos que brinda a los docentes para generar actividades personalizadas y ajustadas a la realidad de cada estudiante.

El desarrollo de la plataforma correspondió a la empresa alemana Bettermarks que se dedica al desarrollo del software educativo. La plataforma cuenta con más de 100.000 actividades que permiten el trabajo sobre los contenidos de Matemática desde el tercer nivel de la escuela primaria hasta el tercer nivel de la enseñanza media básica. Los docentes cuentan con una herramienta, denominada “Series”, que les brinda la oportunidad de desarrollar un conjunto de ejercicios interactivos, que suelen ser complementados con materiales explicativos de los conceptos que las actividades involucran. Para el uso de las “Series” de ejercicios, el docente cuenta con dos posibilidades, o bien utilizar las que ya vienen diseñadas en la plataforma o crear el mismo, a partir de actividades aisladas disponibles en PAM, sus propias “Series”.

La plataforma dispone de dos áreas, una destinada al alumno y otra al docente. El área de alumno cuenta con la posibilidad de detectar las zonas donde el estudiante debe mejorar y sugiere, de modo automático, nuevas actividades para ejercitar y avanzar en la comprensión de la temática. Es decir, la plataforma tiene la posibilidad de almacenar y analizar las respuestas, con las que va construyendo un perfil de la trayectoria de cada estudiante. Por la característica de diseño de la plataforma, el estudiante dispone no solo de las Series de actividades que el docente le asignó para realizar, sino que él puede seleccionar cualquier otra Serie sobre temáticas variadas, que pueden o no corresponde a su curso a partir de sus intereses. Por otra parte, el área docente brinda la posibilidad de organizar y definir objetivos de aprendizaje, así como realizar el seguimiento de cada alumno. También cuenta con un apartado donde se pueden visualizar reportes de los ejercicios realizados por los estudiantes.

Tanto los estudiantes como los docentes pueden acceder a la plataforma desde cualquier ubicación y en cualquier momento. Desde una perspectiva didáctica, el trabajo en la plataforma parte de las actividades para luego pasar a la formalización de los conceptos que estas involucran. De este modo los conceptos surgen a partir de la realización de una Serie de actividades, no de actividades aisladas e inconexas y su profundidad se adecua al nivel en el que se esté trabajando.

3.2.1.2 Plataforma Desmos

Desmos es una plataforma educativa constituida por diferentes aplicaciones. La calculadora gráfica posibilita al usuario la representación gráfica de funciones, el uso de datos a través de representaciones tabulares, añadir deslizadores para introducir parámetros en situaciones geométricas o algebraicas, son algunas de las posibilidades que proporciona. Una función muy útil, que los docentes que han participado de este estudio mencionan, es la posibilidad que les brinda de conseguir el código HTML de los applets que se crean con Desmos para posteriormente embeberlos en otras plataformas como CREA. Estas funcionalidades que ofrece la calculadora de Desmos son similares a las que se pueden obtener con GeoGebra.

La función que establece un verdadero diferencial respecto a GeoGebra, lo constituye el espacio reservado para actividades y secuencias didácticas que ofrece a los profesores. Estas actividades pueden ser utilizadas tal y como están o ser editadas para incorporar los cambios que el docente crea conveniente. Las actividades son diseñadas para que los estudiantes puedan experimentar y explorar propiciando verdaderos escenarios para la discusión, justificación y argumentación, así como institucionalizando los conceptos matemáticos que van emergiendo.

El docente tiene la posibilidad de ver el grado de avance de los alumnos (o equipos de trabajo) cuando propone una secuencia didáctica, y gestionar el desarrollo de esta, además puede pausar el avance de las actividades para realizar puestas en común.

3.2.2 Software de Geometría Dinámica: GeoGebra

La herramienta digital más utilizada por los docentes de Matemática para la enseñanza de la asignatura es el software libre GeoGebra. Este software proporciona un entorno propicio para el aprendizaje de las variadas temáticas de la Matemática como los son: Geometría, Álgebra, Estadística, Probabilidad y Cálculo. Por medio de un procesador geométrico y un procesador algebraico produce representaciones dinámicas de las situaciones problemas, permitiendo la indagación en la búsqueda de soluciones. Por reunir las características de un software de Geometría Dinámica (SGD) y de un sistema de Álgebra Computacional (CAS) tiene la ventaja de que se utiliza tanto con el ratón, para las representaciones geométricas, como con el teclado para el ingreso de expresiones algebraicas. La interfaz de usuario de GeoGebra está constituida por tres vistas: Vista Gráfica, Vista Algebraica y Vista de Hoja de Cálculo.

A través de la Vista Gráfica el usuario puede realizar construcciones geométricas a partir de objetos como, puntos, segmentos, rectas, semirrectas, vectores, ángulos, polígonos, circunferencias, secciones cónicas entre otros. El programa también cuenta con funciones que le permiten al usuario realizar trazados que se presentan regularmente en las construcciones de figuras. Por ejemplo, la perpendicular a una recta por un punto, la paralelas a una recta por un punto, la mediatriz de un segmento, la bisectriz de un ángulo, la tangente a una curva por un punto de ella. Asimismo, existen comandos que posibilitan el trabajo con funciones geométrica como la simetría axial, la simetría central, la rotación, traslación de figuras y de transformaciones como la inversión y la homotecia. Por otro lado, en la Vista Algebraica se puede ingresar, coordenadas de puntos, expresiones de funciones en el plano, inecuaciones que representen semiplanos u otro tipo de regiones en el plano, que se ven representadas geométricamente en la Vista Gráfica.

Los objetos se estructuran en libres y dependientes. Los primeros hacen referencia a aquellos objetos que se crean sin apoyo de otros elementos previos y a partir de estos se crean nuevos elementos que serán dependientes. La Vista de Hoja de Cálculo, que habitualmente se encuentra oculta en el menú vista, brinda la posibilidad de interactuar con los objetos de la Vista Gráfica a través de una tabla, lo que proporciona otro modo de representación (Duval, 2004).

Las tres vistas que proporciona GeoGebra favorecen diferentes modos de representación de un mismo objeto matemático, lo que resulta de suma importancia para el aprendizaje. Dentro de este último lineamiento interesa señalar que los objetos matemáticos no son entidades reales, es decir no son objetos empíricos como animales, planetas, plantas, océanos, por lo que el profesor debe recurrir a distintas formas de representarlos para contribuir a su comprensión.

La enseñanza y el aprendizaje de la Matemática son actividades cognitivas que requieren además de las imágenes de los objetos matemáticos, el uso de variados registros de representación semiótica. Los sistemas de representación resultan indispensables para acceder al entendimiento de los objetos matemáticos ya que es imposible acceder a ellos a través de nuestro sistema sensorial. Tal como lo señala Duval (2004),

(...) los tratamientos matemáticos no pueden efectuarse independientemente de un sistema semiótico de representación. Y esta función de tratamiento solo la pueden cumplir las representaciones semióticas y no las mentales. La utilización de representaciones semióticas es primordial para la actividad matemática y parece serle intrínseca. (p. 38)

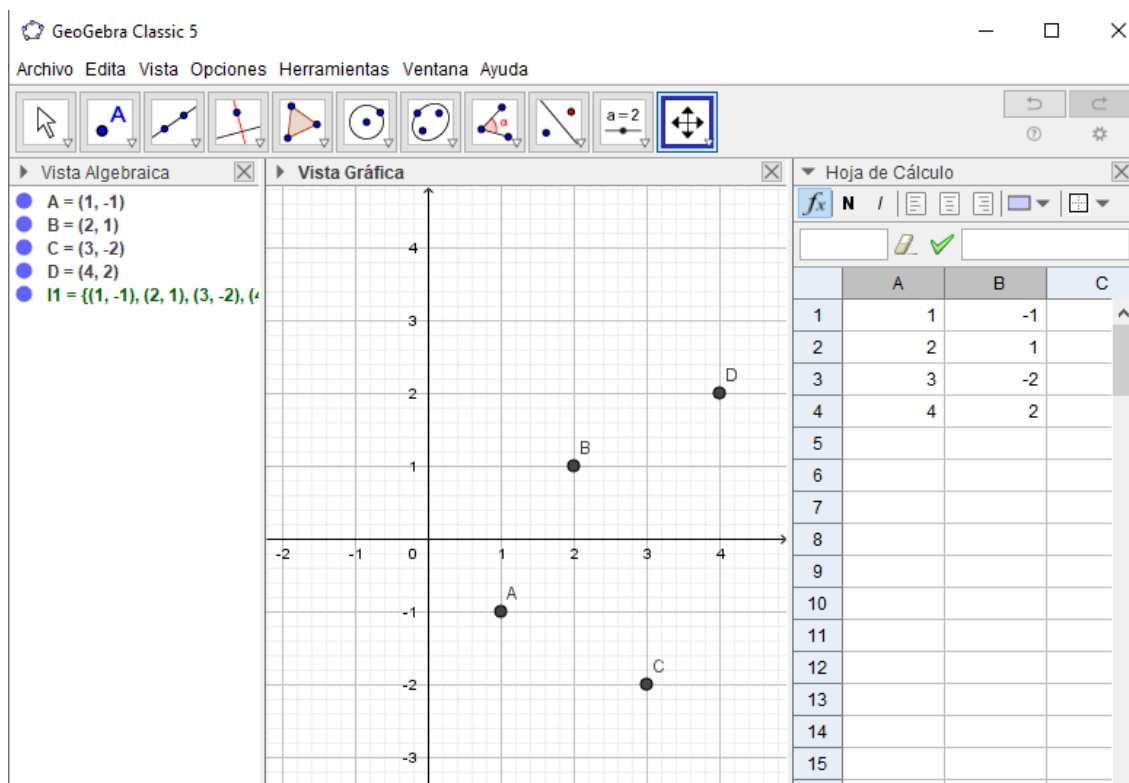
Estas representaciones dinámicas, que se realizan en GeoGebra, de un mismo objeto matemático, a través de diferentes registros se vinculan automáticamente de modo que un cambio producido en una de estas representaciones es asimilado y traducido a las restantes por el programa.

A modo de ejemplo, procedemos a describir cómo realizar una interpolación de puntos utilizando GeoGebra y observar como las tres vistas trabajan interrelacionadas de manera automática. Se comienza por utilizar la Vista de Hoja de Cálculo para ingresar la serie de puntos que se dispone. Empleamos las columnas A y B para introducir el valor de la abscisa y ordenada respectivamente. Para visualizar la interpolación de puntos y una función que los aproxime, tomemos como ejemplo la serie: A (1,-1), B (2,1), C (3,-2) y D (4,2). Es posible visualizar en la Vista Gráfica estos puntos realizando la selección de las celdas comprendidas entre A1 y B4 y haciendo clic en el botón derecho del ratón para seleccionar el comando

“crear lista de puntos”. A continuación, se presenta la Figura 8 que muestra las tres vistas actuando simultáneamente.

Figura 8

Lista de puntos de muestreo



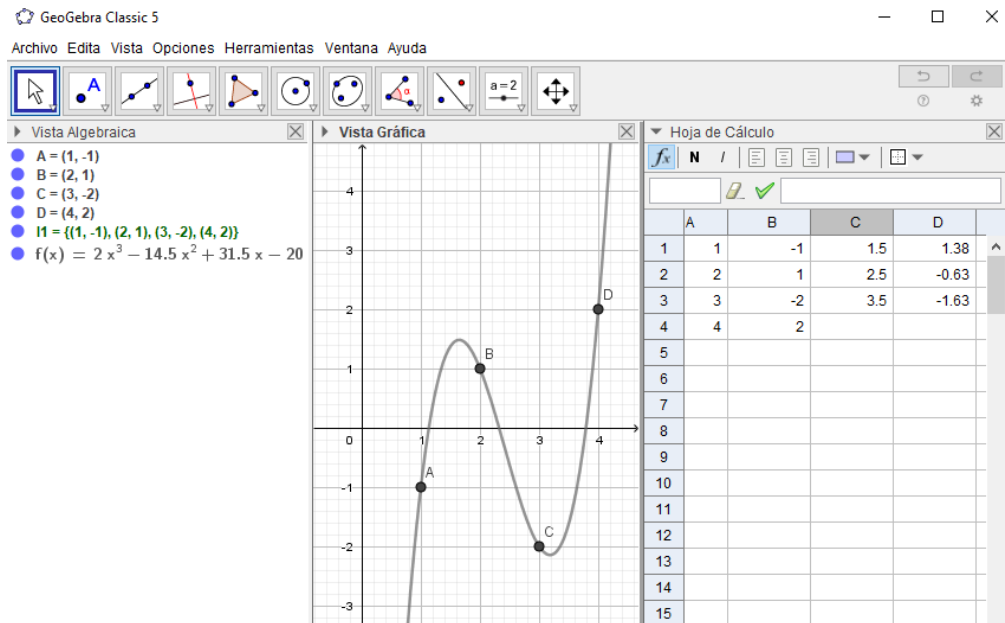
Fuente: Elaboración personal

Posteriormente es posible determinar una función polinómica que pase por los puntos A, B, C y D utilizando el comando Polinomio (l1), en donde l1 indica el nombre de la lista de puntos que fue creada a partir de los puntos. En la Vista Algebraica visualizamos la expresión analítica de esta función $f(x) = 2x^3 - 14,5x^2 + 31,5x - 20$ que nos proporciona automáticamente el programa y en la Vista Gráfica su representación. De este modo, a partir de esta función polinómica podemos determinar los valores de otros puntos que no se han mostrado. Para eso procedemos utilizando nuevamente la Hoja de Cálculo e introduciendo en la columna C los valores de x que deseamos determinar. El valor de la imagen correspondiente a la abscisa ubicada en C1 se determina en la celda D1 introduciendo la fórmula, $= f(C1)$. De modo similar se procede con las demás ordenadas y se obtienen las imágenes interpoladas: 1,39, -0,63 y -1,63. La Figura 9 muestra en la Vista Algebraica, la

expresión de la función polinómica, en la Vista Gráfica los puntos, el gráfico de la función y en la Hoja de Cálculo el cálculo de las imágenes interpoladas.

Figura 9

Función de interpolación y cálculo de las imágenes interpoladas

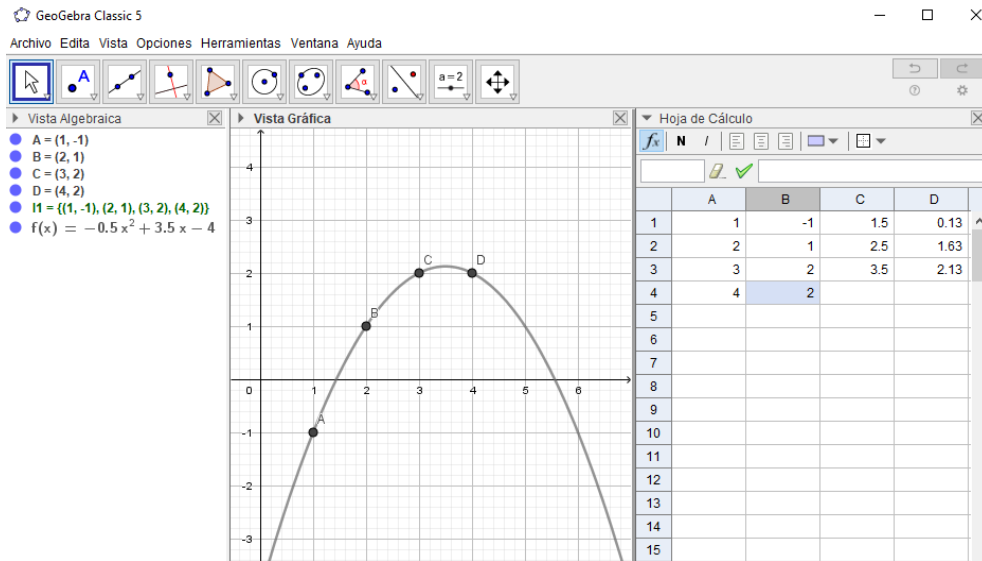


Fuente: Elaboración personal

Visualizamos como el cambio en uno de los puntos del muestreo produce automáticamente cambios ya que el programa realiza todos los cálculos. Por ejemplo si cambiamos el punto B (3,-2) por el punto B' (3,2) la nueva función es, $f(x) = -0,5x^2 + 3,5x - 4$ y los valores interpolados son, 0,13, 1,6 y 2,13. La Figura 10 muestra la interactividad descrita.

Figura 10

Interactividad. Cambio en la Hoja de Cálculo y en la Vista Algebraica y Gráfica



Fuente: Elaboración personal

Esta tarea se puede realizar en un intervalo muy breve de tiempo, lo que brinda la posibilidad de realizar esta acción varias veces con diferentes listas y así observar los cambios que se producen y a partir de ellos extraer conclusiones que posteriormente se podrán generalizar.

La posibilidad de la interacción entre estas tres vistas del programa se constituye en un valioso aliado para la comprensión de los conocimientos matemáticos, así como para la exploración y experimentación. También es posible utilizar GeoGebra para la verificación de un determinado resultado o idea, así como para la mostración y posterior demostración de un resultado (Duval, 2004).

GeoGebra destaca entre otros softwares por la posibilidad que brinda de explorar y visualizar los cambios que se producen al utilizar la función de arrastre en una figura construida (Leung, 2015). Esta función permite mantener incambiadas todas las propiedades utilizadas para la construcción de la figura y observar mediante el arrastre de algún objeto que intervino al inicio de la construcción, como varían otros elementos que presenta la figura, como ser: ángulos, medidas de segmentos, posición relativa de rectas, posición de puntos respecto a la figura.

Además de ser un software libre, que no requiere para su uso que el usuario disponga de él en su dispositivo ya que brinda la posibilidad de utilizarlo de forma online, ofrece la posibilidad de ser utilizado como herramienta de autor. Miles de usuarios lo emplean y crean sus propios recursos educativos, para la enseñanza de diversos temas de Matemática y comparten este material para que sea utilizado por otros docentes.

3.2.3 Software para la programación

En las tres fases empíricas realizadas, encuesta, entrevista y observación de clase, en las que tuvimos contacto con los docentes, algunos han manifestado que utilizan las nociones básicas de la programación y del pensamiento computacional como práctica de enseñanza de la Matemática. Por esta razón hemos incluido en esta sección una breve caracterización de los principales softwares que utilizan con este propósito: MakeCode (Placa Micro: bit) y Scratch.

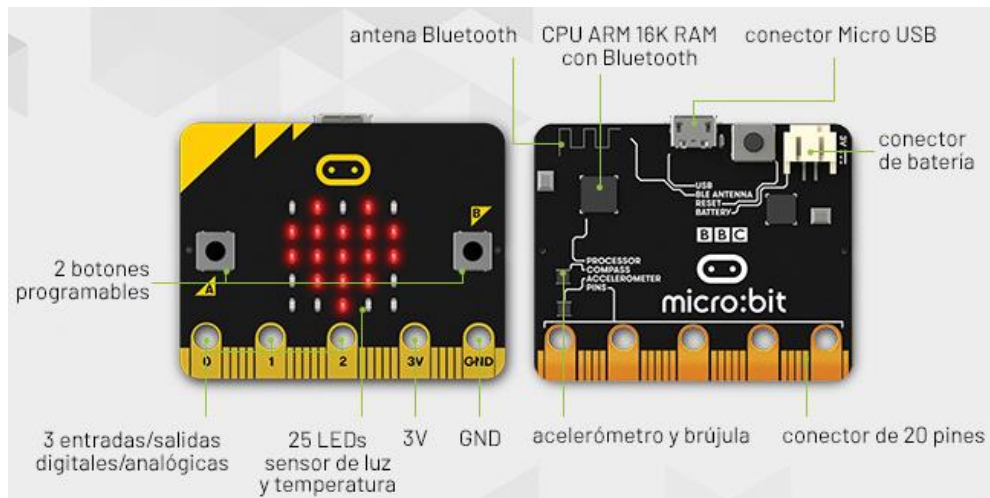
3.2.3.1 Placa Micro: bit

Creada en 2012 por la corporación británica *British Broadcasting Corporation* (BBC), la placa Micro: bit es una tarjeta programable, de 4cmx5cm, diseñada con el objetivo de acercar a los niños la programación. La ventaja es que los usuarios, alumnos y docentes, no necesitan conocimientos previos de programación o electrónica para su uso.

Para programar el microprocesador los alumnos y docentes cuenta con un entorno gráfico llamado MakeCode de Microsoft, quienes a través del lenguaje de programación visual o de bloques pueden generar las instrucciones. El ingreso de los datos a la placa se realiza por medio de sensores, entre los que se destacan: termómetro, brújula, acelerómetro, sensor de luz ambiente, radio para enviar mensajes entre unas tarjetas y otras de forma inalámbrica, *Bluetooth* para establecer comunicación con otros dispositivos (PCs, smartphones y tablet) y botones. Por otra parte, las acciones o salidas que realiza la placa las hace a través de los actuadores, como ser la pantalla de 25 Leds con la que se puede mostrar texto, números e imágenes leds. La Figura 11 muestra los componentes de la Placa Micro: bit.

Figura 11

Componentes de la Placa Micro: bit



Fuente: Elaboración personal a partir de Ceibal (2016)

El uso de la placa promueve las habilidades del pensamiento computacional, que implica un proceso constructivista enlazado con la tecnología para solucionar problemas concretos y contextualizados. Las competencias que promueve este enfoque utilizan algoritmos para la resolución de problemas, pone en juego grandes grupos de datos e identifica patrones en los procesos de resolución. Tal como lo afirman la *Computer Science Teachers Associations (CSTA)* y *International Society for Technology in Education (ISTE)* al referirse al pensamiento computacional como un proceso de solución de problemas que tienen las siguientes características; formular problemas que permitan el uso de computadoras u otras herramientas digitales para su resolución, organizar datos de forma lógica, representar datos a través de modelos y simulaciones, automatizar soluciones de modo algorítmico, analizar posibles soluciones con el objetivo de buscar la más eficiente y eficaz, generalizar las soluciones (ISTE & CSTA, 2011).

Es importante el aporte que en tal sentido ha brindado en una primera instancia, Papert (1980) y posteriormente Wing (2010) para definir el pensamiento computacional. En este sentido, como lo señala, Wing (2010) el pensamiento computacional refiere a la habilidad cognitiva general para resolver problemas y diseñar sistemas a partir de conceptos fundamentales de las ciencias de la computación.

3.2.3.2 Scratch

Scratch es un lenguaje de programación visual, desarrollado por el “*Lifelong Kindergarten group*” en el Media Lab del Instituto Tecnológico de Massachusetts (MIT). Este lenguaje utiliza bloques que se agrupan del mismo modo que las piezas de un puzle, sustituyendo las líneas de código que se emplean habitualmente para la programación.

Diversas investigaciones (Shin & Park, 2014; Marrero, 2019) señalan los efectos positivos que tiene el uso de este software para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática además del desarrollo de habilidades cognitivas tales como el pensamiento creativo, competencias para la resolución de situaciones problemática y el pensamiento lógico-matemático. Asimismo, fomenta la motivación y el desarrollo de habilidades para la resolución de problemas constitutivos de la ciencia de la computación. A su vez, Scratch brinda la posibilidad de pensar a la tecnología digital más allá de una herramienta como un entorno que posibilita la transformación del proceso educativo (Marrero, 2019; Hepp, 2015).

Scratch posibilita el desarrollo del pensamiento computacional, por medio del uso de actividades interactivas que incluyen la resolución de problemas integrando las herramientas digitales. El uso de este lenguaje permite a los estudiantes desarrollar soluciones a problemas, para lo que se ponen en juego procesos como: a) organizar datos de una manera lógica para en una etapa posterior analizarlos; b) modelizar y simular; c) automatizar soluciones a través de algoritmos; d) implementar secuencias de pasos más eficientes y efectiva para solucionar un problema y e) generalizar a una diversidad de situaciones similares (ISTE & CSTA, 2011).

3.3 Síntesis del capítulo

En el Capítulo 3, abordamos los variados alcances del constructo creencias docentes, y en particular las creencias de los docentes sobre la Matemática, su enseñanza y aprendizaje, mediada con tecnología digital. Tal como lo exponen Ertmer (2005) y Liu (2011), las creencias se encuentran polarizadas en dos grandes posturas opuestas: tradicionales y constructivistas. La primera pone su foco en la enseñanza y la transferencia de los conocimientos, dejando de lado la incorporación de tecnología digital en el aula o incluyéndolas como un elemento que sustituye otro preexistente, pero no produce un cambio metodológico. La segunda, focalizadas en el alumno y su aprendizaje, contrariamente a las posturas tradicionales, los docentes que tienen una postura constructivista tienden a utilizar la tecnología digital para redefinir significativamente las tareas, produciendo un cambio metodológico fundado en las herramientas digitales.

En otro orden, incorporamos una descripción de las principales herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática que los docentes señalan utilizar para la promoción de los procesos de modelación. Se destacan como plataformas educativas, PAM fundada en una perspectiva pedagógica en la que los alumnos a partir de la realización de una serie de actividades logran pasar a la formalización de los conceptos que estas involucran. Por otra parte, la plataforma Desmos contiene una serie de actividades y secuencias didácticas para la problematización que permite a los estudiantes experimentar y explorar en la clase, generando espacios para la discusión y argumentación, así como la formalización de los conceptos matemáticos. Asimismo, se profundizó en el software GeoGebra por ser la herramienta digital más utilizada por los docentes que han participado del estudio. GeoGebra se destaca por brindar la posibilidad de explorar y visualizar los cambios que se producen al utilizar la función de arrastre en una figura construida (Leung, 2015), así como en el uso de los deslizadores para incorporar elementos variables en el problema.

Por último, en forma sucinta se describieron la Placa Micro: bit y Scratch, elementos constitutivos de actividades en las que los docentes utilizan la programación y el pensamiento computación para el trabajo en Matemática.

CAPÍTULO 4: MARCO CONTEXTUAL

En este capítulo se presentan los grandes escenarios en los que se desarrolla nuestra investigación. Por un lado, se describen los rasgos generales del sistema educativo uruguayo y en este contexto la formación del profesorado para la educación media, por otro lado, en el marco de la Sociedad Digital, Rivera-Vargas et al. (2019) y Selwyn (2019), se analizan las competencias digitales en la formación inicial del profesorado de Matemática. Por último, el Plan Ceibal como expresión de la política pública de Uruguay para la inclusión de la tecnología digital en el sistema educativo uruguayo.

4.1 Rasgos generales del sistema educativo uruguayo

Los órganos que llevan adelante el gobierno de la educación en Uruguay, desde los primeros años de niños y niñas hasta su formación terciaria, son cinco: a) el Ministerio de Educación y Cultura (MEC), quién lleva adelante la promoción de las actividades sociales, culturales y educativas que se realizan en Uruguay y regula sectores como: primera infancia, educación terciaria privada y educación no formal; b) el Instituto del Niño y Adolescente del Uruguay (INAU), responsable de las políticas de infancia y adolescencia; c) la Administración Nacional de Educación Pública (ANEP); d) la Universidad de la República (UdelaR), es la universidad pública de Uruguay y la más importante dado que cuenta con dieciséis facultades desagregadas en todo el territorio y una gran variedad de escuelas, campus regionales e institutos de carácter universitario y e) la Universidad Tecnológica (UTECH), universidad pública, de perfil tecnológico y que tiene como objetivos la investigación e innovación

La ANEP es un ente autónomo que tiene la responsabilidad de planificar, gestionar y administrar el sistema educativo uruguayo público en los niveles de educación inicial, primaria, media, técnica y en forma más reciente también le compete la formación de docentes en todo el territorio. Este organismo estatal es dirigido por el Consejo Directivo Central (CODICEN) que tiene un carácter colegiado ya que está integrado por cinco miembros, tres de ellos son elegidos por el presidente de la República actuando con el Consejo de ministros y los otros dos integrantes son designados por el colectivo docente de

la ANEP. El CODICEN está constituido por cuatro órganos desconcentrados la Dirección General de Educación Inicial y Primaria (DGEIP), la Dirección General de Educación Secundaria (DGES), la Dirección General de Educación Técnico Profesional (DGETP) y el Consejo de Formación en Educación (CFE). Cada uno de estos órganos desconcentrados tiene la función de llevar adelante la enseñanza en su respectivo nivel, así como organizar los planes de estudio que serán analizados por el CODICEN para su aprobación.

Lo antes expuesto demuestra una configuración institucional del sistema educativo uruguayo compleja y original determinada por cuatro características bien definidas. Primeramente, por la simultaneidad de diversos órganos en los que recae el gobierno de la educación uruguaya, ANEP, UdelaR y MEC, cada uno con sus competencias propias. En segundo lugar, porque los órganos constitutivos disponen de autonomía técnica y administrativa, aunque no financiera, del resto del poder político. Seguidamente, porque el MEC ocupa un lugar secundario debido a que las políticas que refieren a la planificación, gestión y administración del sistema educativo público son responsabilidad de la ANEP y UdelaR. Finalmente, porque los mecanismos de designación de las autoridades educativas les posibilitan una gran estabilidad en sus cargos (Mancebo, 2007).

La educación media en Uruguay está constituida por dos ciclos: el Ciclo Básico y el Ciclo Superior o Bachillerato cada uno de ellos con una extensión de tres años. El Ciclo Básico está dirigido a aquellos alumnos que tienen entre 12 y 14 años. En Uruguay el Ciclo Básico se imparte en dos tipos de instituciones, los liceos y las escuelas técnicas. Desde la perspectiva administrativa estas dos instituciones dependen de diferentes consejos, los liceos del Dirección General de Educación Secundaria (DGES) y las escuelas técnicas del Dirección General de Educación Técnico Profesional (DGETP).

Nuestra investigación se realizó con los docentes de Ciclo Básico de Montevideo que pertenecen a los dos subsistemas (DGES y DGETP) de instituciones públicas y con docentes de instituciones privadas. En los artículos 70 y 71 de la Constitución de la República Oriental del Uruguay está establecido el carácter obligatorio de la educación primaria y media de nuestro país. La Tabla 3 registra la estructura de la Educación Primaria y Media de Uruguay.

Tabla 3

Estructura de la Educación Primaria y Media de Uruguay

Nivel	Edad	Grado	Carácter
Educación Inicial o Preprimaria	4 a 5 años		
Educación Primaria	6 a 11 años	De 1ero. a 6to.	Enseñanza obligatoria Ley General de Educación - 18.437
Primer Ciclo de Enseñanza	12 a 14 años	De 1ero. a 3ero.	
Media Ciclo Básico			
Segundo Ciclo de Enseñanza Media	15 a 17 años	De 4to. a 6to.	
Bachillerato			

Fuente: Elaboración a partir de INEEEd (2016)

4.2 Formación del profesorado para la educación media en Uruguay

La formación de docentes en Uruguay está marcada por la formación de maestros que desde 1866 se institucionalizó bajo la órbita de la Junta Económica Administrativa de Montevideo, encargada de crear la Escuela Normal, que tuvo como cometido la formación de Maestros para la Enseñanza Primaria. Sin embargo, no sucedió de igual forma con la formación de docentes para la educación media debido a que desde sus inicios a fines del siglo XIX, tuvo el cometido preparar jóvenes para los estudios universitarios (ANEP, 2009).

Bajo la tutela de la Universidad de la República (Sección Secundaria y Propedéutica) se impartió una educación que se caracterizó por ser una antesala para las carreras universitarias de la época. Esto otorgó a la Educación Secundaria un carácter selectivo, al que solo accedían los sectores sociales que contaban con los recursos para llevar adelante estudios terciarios y centralista que atendía los requisitos de la población montevideana, descuidando las demandas educacionales de otras ciudades del país (ANEP, 2009).

La separación de la Enseñanza Secundaria del ámbito de la universidad se logró en 1935 y fue fuente de intensas discusiones. Hubo que esperar hasta 1940 donde en el marco de un nuevo ámbito político y social y partir del cambio de autoridades de la enseñanza se logran

las bases para el inicio de un período de grandes cambios para la enseñanza media en Uruguay (ANEP, 2009).

El primer antecedente hacia la creación de un instituto especializado en la formación de los docentes para la enseñanza media los constituye la creación del Instituto Nacional de Profesores por la ley N° 9.691 de septiembre de 1937 aunque hubo que esperar hasta la Reglamentación del Consejo de Enseñanza Secundaria del 15 de abril de 1944 y posteriormente del 24 de mayo de 1945 para la concreción de la primera carrera docente que comprendía asignaturas referidas a las Ciencias de la Educación y la realización de una práctica docente en la especialidad elegida. Culminada la preparación se le otorgaba el título de “Profesor Agregado” (ANEP, 2009).

Será en 1949, doce años después de la creación por ley de del Instituto Nacional de Profesores, que se concrete la formación del primer instituto destinado específicamente a la formación de profesores. La ley N° 11.285 en su artículo 49 creaba, el “Instituto de Profesores de Enseñanza Secundaria” que en agosto de 1950 pasaría a denominarse “Instituto de Profesores Artigas” (IPA), iniciando sus actividades académicas al año siguiente bajo la dirección del Dr. Antonio Grompone, que influyó notoriamente en la organización y consolidación de los planes de estudio (ANEP, 2009).

A diferencia de los Institutos de Formación Docente (IFD) para maestros que existían en todo el país la formación de profesores fue reducto de Montevideo hasta la década del setenta. Es entonces que con el objetivo de descentralizar la formación de profesores para la enseñanza media se propuso un régimen semilibre en el que los estudiantes de profesorado podrían cursar, de forma presencial, las asignaturas que correspondían a las Ciencias de la Educación y eran evaluados en los centros donde estudiaban, mientras que las asignaturas específicas a la asignatura que eligieron debían ser rendidas en la calidad de libre en el IPA de Montevideo.

Las transformaciones del sistema de formación de docentes para la enseñanza media comenzaron a acontecer paulatinamente. Así es que “otro hito fundamental en este proceso

fue la creación a partir de 1996, de los Centros Regionales de Profesores (CeRP)” (INEEd, 2018, p. 150).

Con el objetivo de romper con el monopolio montevideano en la formación de profesores para la enseñanza media se crean seis CeRP ubicados estratégicamente en el interior del país (Salto, Rivera, Florida, Colonia del Sacramento, Maldonado y Atlántida). Cabe destacar el rol protagónico que tuvieron los gobiernos departamentales en la fundación de estos centros, donando los terrenos y facilitando recursos para que los estudiantes que residían en otras localidades fuera de ciudad donde se ubicaba el centro pudieran acceder a esta nueva oferta educativa (ANEP, 2009).

A partir del año 2007, comenzaron a funcionar en el Departamento de Formación Docente de la Facultad de Humanidades de la Universidad de Montevideo (UM), las carreras de profesorado con título habilitante de Profesor de Educación Media en Historia, Filosofía, Matemática, Literatura e Inglés, otorgando el mismo título habilitado por la ANEP, que contó con la habilitación del CODICEN a partir del 2009, según acta N° 56, Res. 59 del 13/08/09.

En síntesis, en la actualidad la formación inicial de profesores de Educación Media depende de la ANEP y se puede acceder por diferentes modalidades (presencial y semipresencial). Los institutos donde se puede acceder a esta formación son: en la órbita pública, el IPA (Montevideo) o el CeRP (interior del país) en la modalidad presencial y en los IFD en la modalidad semipresencial y en la órbita privada en la Universidad de Montevideo.

4.3 Sociedad de la información y el conocimiento – Sociedad Digital

La Sociedad de la Información y el Conocimiento (SIC) es un constructo con el que se buscó describir aquellas sociedades en las que predominan las relaciones mediadas con tecnología digital por sobre las relaciones y la organización industrial. Como consecuencia, las herramientas digitales offician de instrumentos de poder y son el motor que impulsa a la sociedad (Castell, 2000).

No obstante, algunos autores UNESCO (2018) y Rivera-Vargas y Cobo-Romaní, (2018) señalan que con el tiempo han aparecido nuevos debates y concepciones a partir de análisis que evidencian lo unidimensional e incompleto que puede ser atribuirle únicamente este rol al conocimiento y la tecnología digital en la cultura de la sociedad actual. En esta línea Cummings et al., (2017) han identificado, a partir del análisis de las diferentes concepciones y declaraciones de organismos internacionales respecto a la SIC, la prevalencia de dos grandes discursos: tecno científico-económico y pluralista-participativo. Con relación al primero, los autores señalan que son los países desarrollados los que instalan en la sociedad la necesidad del desarrollo del conocimiento científico y tecnológico, porque de este depende el desarrollo económico y social. Este discurso tiene una fuerte impronta determinista y estandarizada. Por otra parte, el discurso pluralista-participativo, promovido por la UNESCO y agencias internacionales, busca favorecer los saberes locales y el desarrollo interno de las comunidades. Así es que bajo este discurso se entiende que los saberes y los procesos de generación de estos son un bien público.

A partir de lo antes expuesto por Cummings et al. (2017), las herramientas digitales se configuran como potenciales dispositivos que pueden generar o aumentar las brechas socioeducativas que ya existen en las comunidades en dos dimensiones, de acceso a las tecnologías (primera brecha digital) y de uso educativo (segunda brecha digital) (Selwyn & Kacer, 2007). En la misma línea Van Dijk (2008), señala la importancia de no medir la brecha digital exclusivamente por el acceso o por la conectividad, si bien esto no ha sido aún resuelto en muchas regiones de contexto desfavorable, sino analizar la brecha asociada a aspectos como la creación de contenidos digitales, nuevas ideas, emprendiendo digital, softwares entre otros.

Por otra parte, como lo señalan Rivera-Vargas et al. (2019) la última década nos ha mostrado transformaciones trascendentes, a las que nadie ha permanecido ajeno, respecto a las prácticas de socialización y los procesos de enseñanza y aprendizaje, y como estos tienden a transcurrir en entornos virtuales y en contextos digitales. La escuela tradicional en el contexto de la sociedad actual ha sufrido transformaciones inimaginables hace una década atrás, asistimos a un momento en el que los saberes se pueden producir en ambientes de virtualidad o semipresencialidad. En este sentido, al decir de estos autores y siguiendo los planteos de

Selwyn (2019) parece razonable y más representativo referirnos a la actual como Sociedad Digital, aunque esto no solucione las controversias de los modelos preexistentes.

4.4 Competencias digitales en la formación inicial del profesorado de Matemática

Las primeras propuestas de formación en tecnología digital para docentes estuvieron asociadas a la formación en servicio Jara (2017) y Dussel (2015), producto de las iniciativas públicas de inclusión digital. La inserción de los primeros recursos y plataformas en el aula llevó a atender las necesidades de profesores y estudiantes con propuestas que contribuyeron a la inclusión de estas en la práctica de los docentes. Posteriormente, se iniciaron las primeras acciones para la formación inicial de los docentes con las que se buscó articular su conocimiento pedagógico y didácticos con las diversas herramientas digitales (Dussel, 2015).

Las políticas de inclusión de tecnología digital en los sistemas educativos han permitido el despliegue de nuevos escenarios de aprendizaje en la era digital, proyectado nuevos formatos para la escuela y ha desafiado a los docentes a pensar en nuevas prácticas para la enseñanza. Desde los planteos de Jara (2008) en todas estas iniciativas es posible identificar tres lógicas: económica, social y pedagógica, con patrones de acción comunes y bajo una mirada compartida respecto al potencial que tienen las tecnologías digitales para la transformación de la educación.

Desde la lógica económica, las herramientas digitales tienen el potencial para generar competencias en los individuos para el mundo laboral, para su inserción en el mercado de trabajo. Así es que el docente debe promover una enseñanza en competencias y habilidades digitales que preparen a los estudiantes para el mercado laboral. Por otra parte, si lo vemos desde la lógica social, el énfasis estará puesto en promover el desarrollo de las competencias digitales para la disminución de la brecha digital. Esta perspectiva posiciona a las herramientas digitales como promotoras de mayor justicia social e impulsoras de mejoras educativas para todos los estudiantes (Lugo & Ithurburu, 2019). Finalmente, siguiendo los planteos de Lugo y Ithurburu (2019), desde la lógica pedagógica las herramientas digitales son vistas como un ecosistema digital, que colaboran con el docente para mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje y con los directores y administradores escolares a llevar

adelante procesos de mayor calidad de la gestión académica y administrativa de la escuela. Bajo esta mirada las herramientas digitales cuentan con el aval para la revisión y transformación de prácticas educativas.

La incorporación de las herramientas digitales en los procesos educativos puede ser promotora tanto de la inclusión como de equidad social, en la medida que predomine el discurso inclusivo (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2018), y no el discurso determinista que puede llevar a prácticas pedagógicas forzadas en clave de tecnología digital, y por ende acrecentar las brechas digitales. Del mismo modo, Selwyn (2016), nos alerta y pone en tela de juicio el potencial impacto para el aprendizaje si se realiza un uso compulsivo de las tecnologías digitales. No obstante, ello, reconoce que un uso con sentido pedagógico y crítico, que respete los saberes locales puede promover los procesos pedagógicos.

Con relación a la formación de los profesores de Matemática en Uruguay, esta se lleva a cabo a través de la implementación del plan de estudios 2008. En él la referencia a la formación en tecnologías digitales para la educación se hace a través de la materia Informática que se encuentra en el 3er Año del trayecto formativo, con una carga horaria de 3 horas de clase semanales durante todo el año. Al analizar el plan de estudios vigente 2008 para la asignatura Matemática, en ninguna de las otras materias (específicas y pedagógicas) que se incluyen para la formación del docente aparecen referencias expresas sobre la inclusión de las tecnologías digitales para la enseñanza. Tal como lo señala Morales (2020), la formación inicial de los profesores que ofrecen estas instituciones en Uruguay es de carácter instrumental, escasa y distanciada de lo que van a realizar los futuros docentes en su práctica profesional. Este distanciamiento se debe a la ausencia, en la propuesta de formación en tecnología digital que ofrece la formación inicial, de propuestas en temáticas y recursos digitales que preparen a los futuros profesores de Matemática para el trabajo en el aula (Morales, 2020).

A su vez Morales (2020), señala que los profesores principalmente realizan un uso muy instrumental de las herramientas digitales, siendo sus principales cometidos la proyección de sus presentaciones, alojar materiales escritos y videos en sistemas de gestión de aprendizajes, relegando el empleo con valor pedagógico. Sin embargo, los propios estudiantes de la

formación del profesorado visualizan aportes sustanciales que llevan adelante en sus clases que realizan en la práctica docente a partir de tutoriales y de procesos relacionados con estrategias y aptitudes personales para autoformarse. Por otra parte, Casablanca et al. (2016) en una investigación llevada adelante con alumnos de formación inicial para magisterio realizan los mismos señalamientos que Morales (2020), e incorpora un nuevo elemento a esta autoformación, como lo es la experiencia personal vivida durante su trayectoria escolar en Educación Primaria y Educación Media, donde muchos de estos estudiantes del magisterio fueron beneficiarios de Plan Ceibal y de sus propuestas de formación en clave pedagógica.

En este sentido Van Deursen y Van Dijk (2015), señalan que, si bien la exposición al uso de herramientas digitales colabora con la formación de competencias digitales, las mismas están asociadas a las habilidades técnicas que se desarrollan a través de actividades operacionales y formales. Los mismos autores nos sugieren que si se desea promover otras competencias de carácter cognitivo, informacionales y estratégicas, será necesario incursionar en nuevos enfoques que promuevan los autoaprendizajes.

Este escenario de formación inicial docente parece estar en disonancia con las sugerencias de varios autores (Esteve et al. 2016, Silva et al., 2016) que señalan la necesidad de utilizar las herramientas digitales con el propósito de mejora y transformación de las prácticas docentes, su desarrollo profesional y la posibilidad de conformar la identidad docente de los futuros profesores. Asimismo, la tecnología digital posibilita el diseño y modelación de nuevos ambientes de aprendizajes, desarrollando metodologías que pongan el foco en el estudiante como actor principal del proceso de aprendizaje (Silva et al., 2016).

De acuerdo con lo señalado por Olivera et al. (2017) las herramientas digitales permiten la construcción de conocimiento de forma colectiva, colaborativa y las posibilidades que brindan de favorecer las interacciones horizontales entre los participantes. Por otro lado, invita a reflexionar sobre el modelo tradicional de formación educativo para la universidad, en el cual los saberes se organizan de forma jerárquica y está centralizado en el espacio-tiempo y personificado en referentes específicos del área del conocimiento.

En este sentido, las herramientas digitales debieran dejar el lugar de aparatos para ocupar el sitio de dispositivos que permiten a los profesores y estudiantes nuevos modos de percibir los objetos, nuevas sensibilidades y formas de interacción con el lenguaje y la escritura, así como nuevos modos de relacionamiento y aprendizaje (Olivera et al., 2017).

Autores como Esteve et al. (2016) señalan la necesidad de que los profesores se encuentren formados en competencias digitales para que puedan realizar un adecuado uso de las tecnologías en los procesos de enseñanza. Sin ánimo de ahondar en este trabajo en la definición de competencia creemos conveniente señalar lo controversial y polisémico del concepto según el marco de referencia que estemos revisando (Esteve et al., 2016).

La revisión bibliográfica permitió identificar el marco de Van Dijk (2008) como el que más se adecua a nuestro trabajo. Desde los planteos de Van Dijk (2008), las competencias digitales se presentan como una necesidad para la reducción de las desigualdades digitales en la sociedad actual. Este autor señala cinco tipos de competencias digitales que el sujeto podrá incorporar de forma gradual con el uso y a medida que se va familiarizando con las herramientas digitales. La más simples son las competencias operacionales y formales y están asociadas a actividades técnicas de la tecnología. En segundo lugar, encontramos las competencias informativas que se asocian a la capacidad de los docentes y estudiantes para la búsqueda, selección y procesamiento de la información que ofrece la Web. En tercer lugar, las competencias digitales conectadas con el envío, contacto, y todas aquellas interrelaciones que se crean en la Web. Una competencia de orden superior a las ya mencionadas, son las estratégicas que consisten en el uso de la tecnología digital para alcanzar determinados propósitos o beneficios. Por último, las competencias asociadas a la producción de contenido, en la que los docentes y estudiantes hacen contribuciones respecto a una temática son visualizadas por Van Dijk (2008), como las de mayor elaboración.

A continuación, se presenta la Tabla 4 en la que se incluyen los principales marcos y modelos relevados que permiten recoger los diferentes elementos de la competencia digital que pueden considerarse en la formación inicial docente en tecnologías digitales.

Tabla 4

Marcos y modelos de la competencia digital docente

Documento	Institución	Autores	Elementos de la competencia digital
Marco de referencia de competencias digitales docentes	UNESCO	UNESCO (2018)	Entender las TIC en la política educativa; currículum y evaluación; pedagogía; aplicación de habilidades digitales; organización y Administración; y formación profesional docente
NETS-S	ISTE	ISTE (2008)	Aprendizaje y creatividad de estudiantes, experiencias de aprendizaje y evaluación, trabajo y aprendizaje de la era digital, ciudadanía digital y responsabilidad, crecimiento profesional y liderazgo
DIGCOMP-EDU	Comisión Europea	Redecker y Punie (2017)	Compromiso social y profesional; recursos digitales; pedagogía digital; evaluación y retroalimentación; empoderamiento de los estudiantes; facilitar la competencia digital de los alumnos.
Competencias TIC para formación inicial docente	Ministerio de Educación Chile	Enlaces (2011)	Pedagógica, técnica, gestión, social, ética y legal y desarrollo profesional docente
Marco común de competencias digitales docentes	Ministerio de Educación, Gobierno de España	INTEF (2017)	Información, comunicación, creación de contenidos, seguridad y resolución de problemas.
Definición de CDD	Generalitat de Catalunya	Departament d'Ensenyament (2013)	Diseño, planificación e implementación didáctica; administración de recursos y espacios tecnológicos digitales; comunicación y colaboración; ética y ciudadanía digital; desarrollo profesional
Estándares Ceibal para docentes	Plan Ceibal Uruguay	Plan Ceibal (2016)	Aprendiz, líder, ciudadano digital, colaborador, diseñador, activador y analítico.

Fuente: Elaboración personal a partir de Esteve et al. (2016), Silva et al. (2016)

4.5 La política de inclusión digital en el sistema educativo: Plan Ceibal

En Uruguay la política de inclusión digital, basada en el modelo 1:1 (One Laptop per Child) tiene su origen en el año 2007 cuando a través de un decreto de presidencia se crea Plan Ceibal con el propósito de:

(...) minimizar la brecha digital, promover la equidad social y el acceso a las tecnologías digitales, y avanzar gradualmente hacia la integración de las Tecnologías de la Información y Comunicación (TIC) en las prácticas de enseñanza y aprendizaje en todo el sistema educativo uruguayo. (Vaillant, 2013, p. 44)

Además, esta política pública buscó, desde los inicios, promover la igualdad de oportunidades para todos los estudiantes de educación primaria y secundaria pública con el propósito de apoyar con tecnología digital (computadora portátil o tableta y acceso a Internet) a cada niño y docente (Rivera-Vargas & Cobo-Romani, 2018). De igual modo, Plan Ceibal ha provisto de recursos digitales: plataformas, softwares y dispositivos con propósitos educativos, así como también se vienen desarrollando programas de formación para los docentes de todo el sistema educativo uruguayo (Cobo & Montaldo, 2018).

Si bien en sus inicios Plan Ceibal procuró mayormente la entrega de dispositivos y softwares, en el transcurso de la última década, el foco principalmente estuvo en los programas de formación para los docentes. El proceso de distribución se inició en las instituciones públicas de Educación Primaria, avanzó a la Educación Media Básica hasta llegar a la Formación Docente y para el año 2013 cubrió todas las instituciones estatales del país (Rivera-Vargas & Cobo, 2018).

Los programas de formación en el uso de tecnología digital para los docentes y estudiantes del sistema educativo se diseñan en base a los recursos digitales que Plan Ceibal distribuye desde el 2007. Para estas formaciones Ceibal cuenta con equipos de referentes para cada área del conocimiento quiénes se encargan del diseño y ejecución de las intervenciones con los docentes.

Los recursos que se han puesto a disposición son muy variados, por ejemplo la plataforma de gestión de contenidos, que se utiliza como espacio para el encuentro con docentes y alumnos (Plataforma CREA), la red de sistemas de videoconferencias que permite estar conectados a todos los centros del país, la Biblioteca País con la que se busca democratizar el acceso a la lectura y la cultura, las plataformas educativas entre las que se destacan PAM y Matific para la enseñanza de la Matemática, los kit de robótica LEGO para estudiantes de 1er año de primaria hasta 3er año de enseñanza media, la placa Micro: bit para incursionar en la programación, el repositorio de recursos abiertos (REA) entre otros (Cobo & Montaldo, 2018).

Durante el año 2021 se ha incorporado una nueva plataforma para que permitirá acompañar las estrategias de enseñanza de los docentes, la plataforma de Lengua, disponible para alumnos de 4to, 5to y 6to de Educación Primaria y de Enseñanza Media en la asignatura Idioma Español y con un fuerte acento en el desarrollo de competencias. De igual modo durante el 2022 se puso a disposición del sistema educativo de Uruguay la plataforma de Matemática Aleks para alumnos de Educación Primaria, Educación Media y Bachillerato.

Las formaciones propuestas desde Ceibal se caracterizan por tener un doble propósito: por una parte, se presentan aquellos talleres y cursos que tienen que ver con la implementación y uso de las herramientas digitales. Estas intervenciones se basan en un enfoque instrumental donde lo que se prioriza es el aprendizaje de cómo utilizar la tecnología. Por otra parte, se desarrollan propuestas de formación a los docentes en actividad y a los estudiantes de formación docente centradas en el uso de la tecnología para mediar los procesos de enseñanza y aprendizaje (Cobo & Montaldo, 2018).

En esta línea, desde hace algunos años Ceibal lleva adelante una iniciativa internacional denominada *New Pedagogies for Deep Learning*, propuesta en Uruguay por los pedagogos Fullan y Langworthy (2013), y que cuenta con el apoyo de la ANEP. En nuestro país esta iniciativa se denomina Red Global de Aprendizaje y busca explorar nuevas formas de enseñanza y aprendizaje basado en el “aprendizaje profundo”

El *Deep learning*, se caracteriza por la forma en que el individuo incorpora lo nuevo a sus conocimientos previos sobre un tema, favoreciendo su comprensión y retención en el largo plazo pudiendo, más adelante, hacer uso de lo aprendido en nuevos contextos para la resolución de situaciones problemáticas del mundo real.

Esta forma de aprender promueve procesos que desarrollan, comprenden y utilizan las competencias globales: Carácter, Ciudadanía, Colaboración, Comunicación, Creatividad y Pensamiento Crítico, conocidas como las 6C (Fullan y Langworthy, 2013). La metodología propuesta por estos autores, combinada con la tecnología digital permite trabajar con los estudiantes desde sus intereses y desarrollar las competencias necesarias para enfrentar los problemas propios de su entorno.

4.6 Efectos de la reducción de la movilidad producto de la pandemia COVID-19

Las restricciones a la movilidad provocada por la pandemia COVID-19 durante gran parte de 2020 y los inicios de 2021 en Uruguay, así como las medidas que se implementaron para el distanciamiento social, supusieron un enorme desafío como investigador. En este escenario debimos pensar en nuevas formas de acercamiento al campo, revisando algunas estrategias que habíamos proyectado en los inicios de la investigación en un contexto pre pandémico de “normalidad”. Asimismo, refinamos los instrumentos con los que pensábamos recoger la evidencia para que sirviera tanto para la modalidad presencial como virtual.

Si bien se contó con la buena predisposición de los docentes para colaborar con las diferentes instancias de la investigación, la coordinación para instancias presenciales presentó serias dificultades debido a lo complejo que resultó el acceso a las instituciones educativas durante el período que se desarrolló la fase empírica de nuestro estudio.

En varias ocasiones se debió postergar las visitas coordinadas por diversas razones debidas a la pandemia (suspensión de la clase de forma presencial por un período de dos semanas debido a un brote de COVID-19, cuarentena de un docente por haber estado en contacto estrecho con una persona confirmada con COVID-19, suspensión de la presencialidad en

todo el centro educativo). De igual modo el acceso a los docentes constituyó un gran desafío debido a las restricciones a la movilidad y la escasa disposición de las personas a reunirse de forma presencial, por lo que se debió optar por realizar encuentros virtuales a través de video llamada disponible en la Plataforma Zoom.

Otro efecto que produjo en nuestro estudio las recomendaciones de distanciamiento y movilidad, estuvo asociado al tiempo prolongado que se debió esperar para obtener la autorización final de la DGES. Debido a la modalidad de trabajo a distancia y teletrabajo adoptada por este organismo, durante el período de pandemia, debimos aguardar cinco meses para obtener el aval de esta dirección general y posteriormente cuatro meses más para que fuéramos llamados para firmar el acuerdo de confidencialidad entre ambas partes.

Así es que las medidas tomadas para reducir la circulación de la población y para reforzar el distanciamiento social, llevadas adelante por el estado uruguayo para la contención de la pandemia, establecieron las bases para el contexto en el que se desarrolló nuestro trabajo. Esto nos llevó a realizar un esfuerzo metodológico adicional no previsto al inicio de nuestra investigación para adaptarnos a la complejidad de los procesos que transitamos con cierta incertidumbre.

4.7 Síntesis del capítulo

Los antecedentes que hemos presentado en este capítulo muestran los rasgos generales del sistema educativo uruguayo, con cinco órganos que se encargan de la formación de los estudiantes en Uruguay, siendo la Administración Nacional de Educación Pública (ANEP), la responsable de planificar, gestionar y administrar los diferentes subsistemas que llevan adelante la educación inicial, primaria, media, técnica y la formación de docentes. Existe un ordenamiento institucional del sistema educativo uruguayo complejo, caracterizado por: la variedad de órganos que gestionan la educación, los órganos disponen de autonomía técnica y administrativa pero no financiera, el MEC ocupa un lugar secundario por detrás de ANEP y UdelaR y los mecanismos por los que designan las autoridades les confieren gran estabilidad en sus cargos (Mancebo, 2007).

Es posible acceder a la carrera de formación docente, dependiente de la ANEP, a través de diferentes modalidades (presencial y semipresencial), siendo la formación principalmente de la órbita pública IPA (en Montevideo), CeRP (en el interior del país) ambos en la modalidad presencial y el los IFD en la modalidad semipresencial. También está disponible una oferta educativa privada para la formación inicial del profesorado en algunas carreras en la Universidad de Montevideo.

Un segundo aspecto de singular interés, en el que se lleva adelante la formación inicial docente, son las políticas digitales formativas. Hemos abordado en este capítulo el contexto en el que se están desarrollando, la Sociedad Digital, y discutido sobre la necesidad de ser implementadas como verdaderos agentes de transformación de las prácticas docentes. Estas aún no están siendo implementadas en los sistemas de formación docente con el potencial transformador que tienen. En tal sentido Plan Ceibal viene impulsando desde hace varios años una serie de propuestas formativas con las que se busca resignificar y enriquecer las prácticas de enseñanza de los docentes en actividad y los que se encuentran en formación. Estas formaciones, llevadas adelante por Plan Ceibal, cuenta con aval de la ANEP y se realizan a través de cursos sistematizados y creditizados que forman parte de su trayecto de formación profesional docente.

SEGUNDA PARTE: DECISIONES Y ESTRATEGIAS METODOLÓGICAS

CAPÍTULO 5: PROPUESTA METODOLÓGICA

En este capítulo hemos abordado los fundamentos y las características metodológicas con las que se llevó adelante esta investigación. Se plantea y justifica la elección de una perspectiva metodológica que combina las miradas cuantitativas y cualitativas para alcanzar un nivel de comprensión de nuestro objeto de estudio más cercano a la complejidad que lo conforma. Asimismo, se explicitan las decisiones tomadas para la elaboración del diseño metodológico de la investigación, para el que hemos propuesto un recorrido secuencial integrado por cuatro fases: entrevistas exploratorias con expertos, encuesta digital auto administrada, entrevistas en profundidad y observación no participante de clase, a los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Enseñanza Media.

Describimos las técnicas que se llevaron adelante, el diseño de los instrumentos elaborados para la recogida de información, así como los procesos seguidos para su validación a través del juicio de expertos y posterior pre testeo. Asimismo, nuestra intención por garantizar la precisión de las evidencias recogidas con el cuestionario digital nos llevó a realizar un análisis de consistencia interna del instrumento a través de estadístico Alpha de Cronbach. Por otra parte, presentamos un apartado en el que se especifica la población y los criterios utilizados para la selección y conformación de la muestra cuantitativa y cualitativa.

Se ha incorporado una breve descripción del tratamiento y análisis de los datos recogidos. Exponemos los procesos que se han utilizado para el ordenamiento sistemático de la información colectada. Para el enfoque cuantitativo, la construcción de matrices de datos y para el enfoque cualitativo, el diseño de categorías apriorísticas que provienen de la teoría y de categorías emergentes a partir de los discursos de los profesores.

Finalmente incorporamos un apartado que refiere a las acciones que nos han permitido garantizar la validez y asegurar la credibilidad de nuestro trabajo a efectos de minimizar posibles sesgos. De igual manera incluimos algunas de las estrategias empleadas para atender a los resguardos éticos asociados a la privacidad y confidencialidad de las personas que han participado de la investigación.

5.1 Fundamentación y pertinencia del enfoque mixto

Esta investigación buscó identificar y analizar las estrategias de enseñanza que despliegan los docentes de Matemática con herramientas digitales para potenciar la MM en el Ciclo Básico de Educación Media de Montevideo. Por tal motivo, fue necesario profundizar en los diseños y aplicación de las estrategias de uso de tecnología digital que permiten desarrollar modelos matemáticos para la comprensión de situaciones problemáticas. Se buscó entender los procesos de enseñanza a través de lo que piensan y creen los docentes de Matemática, así como por medio de la observación de sus prácticas de aula. Estos procesos educativos suelen ser multidimensionales ya que atañen no sólo a la individualidad, sino que también a las diferentes interacciones sociales que transcurren en el salón de clase.

Además, importa destacar lo polifacético de los aspectos que se buscó abordar: relevar las creencias de los docentes que influyen en el uso pedagógico de las herramientas digitales; identificar estrategias que declaran utilizar para la enseñanza de la Matemática basadas en tecnología digital; establecer relaciones entre las estrategias y el género, la edad, el tipo de institución en la que se desempeñan, la experiencia docente y su formación de posgrado; e identificar y describir las prácticas de enseñanza de los docentes basadas en herramientas digitales. Por este motivo, se buscó una aproximación desde diferentes perspectivas.

Los aspectos antes mencionados señalan lo diverso y complejo del objeto que se abordó. La búsqueda del enfoque que permitió dar respuesta a las preguntas de investigación nos condujo a escoger una metodología mixta ya que la aplicación de un único enfoque sea cuantitativo o cualitativo, pareció insuficiente. Este enfoque demandó la recolección de información que provino de diferentes fuentes, tipos de datos y contextos, lo que permitió recabar información variada y favoreció la riqueza interpretativa. La metodología seleccionada permitió recolectar, analizar y vincular datos cuantitativos y cualitativos para aproximarnos al objeto de estudio y responder las preguntas de investigación.

Desde los planteos de Creswell y Plano Clark (2007) y Creswell (2014), la metodología mixta permite integrar en un mismo trabajo metodologías cualitativas y cuantitativas con el objetivo de poder comprender mejor el objeto de estudio. Los aspectos más relevantes del enfoque

mixto se pueden sintetizar en: a) recolección y análisis convincente y riguroso de datos tanto cualitativos como cuantitativos; b) integración de dos tipos de datos según dos alternativas, simultánea (para fusionarlos) o secuencial (se usan unos para explicar los otros); c) una de las metodologías predomina sobre la otra o bien se busca que funcionen equilibradas y d) los procedimientos se incorporan producto de la complejidad del objeto y de los marcos teóricos utilizados.

Nuestra investigación se enmarca en una metodología mixta secuencial ya que está planificada cronológicamente, como eslabones en una cadena, los procedimientos de una etapa dependen de los de la etapa anterior. El uso de ambos enfoques permitió una mayor riqueza interpretativa a la hora de analizar los datos. De este modo, se buscó determinar, no sólo posibles convergencias o solapamientos de resultados, sino que permitió la colecta de datos complementarios y así se pudo comprender mejor el objeto de estudio.

5.2 Técnicas e instrumentos de recolección de datos

En esta sección presentamos el conjunto de procedimientos e instrumentos que fueron utilizados para recopilar información de interés para responder las preguntas de nuestra investigación. Las técnicas seleccionadas y los instrumentos diseñados son la piedra angular a partir de la que se edifica el conocimiento, las explicaciones y nos aproximamos a la comprensión del fenómeno educativo que hemos abordado en esta investigación.

5.2.1 La encuesta digital auto administrada como técnica de investigación

A través de la encuesta digital autoadministrada, se procuró alcanzar el primer objetivo específico de la investigación, con el que se buscó identificar las estrategias que afirman emplear los docentes, basadas en herramientas digitales, para la enseñanza de la Matemática.

Por otra parte, la encuesta proporcionó los insumos necesarios para abordar las hipótesis. En este trabajo se plantean dos tipos de hipótesis (Kerlinger, 2002), un primer nivel (hipótesis sustantivas) formado por aquellas preposiciones verbales formuladas al comienzo del trabajo,

que busquemos confirmar o refutar con el proceso de investigación y un segundo nivel (hipótesis estadísticas) constituidas por afirmaciones que surgen de cruzar variables que provienen del cuestionario, con el objetivo de caracterizar el fenómeno de estudio.

Asimismo, la encuesta sirvió para aproximarnos al tercer objetivo específico ya que algunos de sus apartados permiten relevar las creencias de los docentes que influyen en el uso pedagógico de la tecnología digital para el aprendizaje con modelos matemáticos, que posteriormente se profundizó con la entrevista a docentes. El cuestionario de encuesta fue enviado vía formulario Google Forms a los docentes que participaron de la investigación, para ser completado en la modalidad on-line. El lector interesado puede acceder en este documento a la versión en formato papel del cuestionario de encuesta (ver Anexo 1, p. 280-286).

Diversas investigaciones (Deutskens, et al., 2004; Roster, et al., 2004; Evans & Mathur, 2005) han evaluado la efectividad de las encuestas realizadas a través de internet, para lo cual han analizado variados aspectos, como: tasa y calidad de respuesta, tiempo para completar la encuesta, costo, cobertura geográfica, esfuerzo requerido, errores de medida cometidos. Los hallazgos de estas investigaciones muestran que la calidad de la respuesta es la misma por una u otra vía. Se buscó incrementar la tasa de respuesta con recordatorios semanales a los participantes que no la habían completado en la primera instancia en que se realizaron los envíos, así como se llevaron adelante estrategias de personalización (Heerwegh & Loosveldt, 2009).

Se construyó un cuestionario semicerrado, utilizando los aportes de las entrevistas a los expertos junto a dos antecedentes empíricos de cuestionarios ya validados que sirvieron para articular las dos componentes de esta investigación: Tecnología Digital y Modelación Matemática.

Por un lado, se utilizó el cuestionario de “Encuesta sobre el uso de las herramientas y plataformas digitales en la enseñanza de la Matemática del Ciclo Básico” diseñado y validado por Vaillant et al. (2019) empleado para describir y analizar las prácticas de uso de

herramientas y plataformas digitales para la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico de Educación Media de Uruguay. Este instrumento sirvió como apoyo para determinar las posibles dimensiones y subdimensiones relacionadas con la tecnología digital que promueven el proceso de MM. Por otro lado, el cuestionario de encuesta diseñado y validado por el propio autor en una investigación anterior Bentancor Biagas (2017), “Concepciones docentes sobre el uso de la resolución de problemas enmarcados en la realidad para la enseñanza de la Matemática y su evaluación” sirvió como antecedente empírico para incorporar la componente de la MM. Tanto las escalas como sus reactivos fueron adaptados a la realidad que se desea estudiar y al problema de investigación.

A partir de estos aportes empíricos, el cuestionario quedó conformado por 60 ítems cerrados y 2 ítems abiertos. Para las preguntas cerradas de las secciones B, C, D y E en general se utilizó una escala Likert de 4 opciones de respuesta, desprovista de la categoría central, salvo 3 ítems que se tratan de opciones dicotómicas. Si bien las preguntas cerradas resultan ventajosas, dado que: son de fácil codificación y procesamiento informático; insumen menor tiempo para su tratamiento; son más sencillas de completar por el encuestado; disminuyen la posible tendenciosidad y subjetividad del investigador; el número acotado de respuestas posibilita cierta concentración de estas, presentan la desventaja que los docentes que participan de la encuesta pueden no sentirse identificados con las opciones de respuesta. Proponer preguntas cerradas fuerzan al encuestado a elegir una opción entre un conjunto de alternativas que vienen dadas en el cuestionario, por lo que se debió indagar sobre las diferentes opciones de respuestas para que fueran exhaustivas, mutuamente excluyentes para evitar posibles solapamientos de las respuestas y precisas en el sentido de realizar el mayor número de distinciones posibles (Denzin & Lincoln, 2012).

Algunos autores (Johns, 2005; Baka et al. 2012) señalan cierta controversia acerca de la inclusión o no de la categoría central (opción de indecisión o ambivalencia) entre las alternativas de respuesta. La discusión se centra en los sesgos de tendencia central, en los que el encuestado evita elegir los valores extremos de la escala, y de deseabilidad social en la que el encuestado tiene cierta tendencia a elegir una opción de respuesta de manera que su opinión sea bien vista por los demás (Johns, 2005; Baka et al., 2012).

En lo que respecta a esta investigación se adhiere a la idea de Johns (2005), que sugiere elegir la escala en función del objeto de estudio de la investigación. Es decir, incorporar la categoría central en la escala Likert cuando el objeto de estudio sea “oscuro”, donde los encuestados no tengan un referente para comparar, debiéndose omitir de la escala cuando se trata de relevar temas controvertidos donde la conveniencia social es lo más importante en la mente del encuestado. Consideramos que los temas que aborda nuestra investigación, donde buscamos identificar estrategias de enseñanza para mejorar los aprendizajes, así como relevar creencias de los docentes con relación a los propósitos de la enseñanza de la Matemática y del uso de herramientas digitales para la MM son temas donde la deseabilidad social del encuestado frente a lo que debe responder podría estar alterando los resultados obtenidos. Por esta razón se optó por utilizar una escala Likert con cuatro categorías. La Tabla 35 muestra las dimensiones y variables relevadas, así como el tipo de ítem y de pregunta (ver Anexo 2, pp. 287-288).

5.2.1.1 Validación del cuestionario de encuesta

En una primera instancia el proceso que se realizó para la validación del cuestionario de encuesta fue considerar el juicio de expertos, entendido como “una opinión informada de personas con trayectoria en el tema, que son reconocidas por otros como expertos cualificados en éste, y que pueden dar información, evidencia, juicios y valoraciones” (Escobar & Cuervo, 2008, p. 29).

Se optó por preguntar a un grupo de doce jueces o expertos, a los que se contactó individualmente por intermedio de correo electrónico. Se los invitó a participar del proceso de validación de contenidos, para lo que se les envió un correo que incluyó una breve presentación personal y los motivos por los que se los estaba contactando. Al mail se adjuntó: el enlace al cuestionario de encuesta para docentes y la "Planilla para evaluar la validez de contenido a través de juicio de expertos" (Escobar & Cuervo, 2008).

La planilla para evaluar la validez de contenido sirvió para obtener la opinión de los expertos respecto a cuatro categorías: claridad, coherencia, relevancia y suficiencia. Cada una de las

categorías presenta cuatro indicadores que representan la opinión del juez respecto a la medida en qué cada ítem se ajusta a la categoría relevada (ver Anexo 3, p. 289).

La selección de los jueces se realizó buscando que fueran investigadores a nivel internacional y nacional, con una dilatada producción de artículos en revistas, publicaciones para eventos educativos y libros, además de ser referentes en Didáctica de la Matemática y una prolífera actuación en la enseñanza de la Matemática a través de tecnología digital.

En una segunda instancia, se realizó el testeo del cuestionario con tres docentes de Matemática de Ciclo Básico que completaron la encuesta y se les preguntó cómo interpretaron las preguntas, si les parecieron claras o tuvieron algún problema con la interpretación de alguna de ellas. En esa instancia de pre test los docentes pudieron sugerir modificaciones al cuestionario y se pudo ajustar el tiempo de extensión de la encuesta que se notificó al comienzo del cuestionario, como tiempo estimativo, para los docentes que participaron de la misma. Los docentes elegidos para esta instancia fueron de un perfil similar, pero no del mismo grupo de profesores que participan de la encuesta. La estandarización de la encuesta garantizó la objetividad ya que a cada docente se le aplicó del mismo modo.

La planilla para evaluar la validez de contenido sirvió tanto para que los expertos realizaran sugerencias y comentarios de cada uno de los ítems del cuestionario, así como para evaluar con una escala dicotómica Sí/No, las categorías claridad, coherencia, relevancia y suficiencia.

La Tabla 5 recoge la opinión de los expertos según cada categoría.

Tabla 5

Indicadores de validez de los ítems que conforman el cuestionario de encuesta. En porcentaje

Categoría	Sí	No
Claridad	92,1	7,9
Coherencia	97,8	2,2
Relevancia	99,4	0,6
Suficiencia	89,7	10,3

Fuente: Elaboración personal

5.2.1.2 Confiabilidad del cuestionario

Además de procurar la validez de contenido del cuestionario de encuesta, se buscó que fuera confiable. La confiabilidad de un instrumento refiere a la consistencia o estabilidad de una medida, es decir “...el grado en que su aplicación repetida al mismo sujeto u objeto produce resultados iguales” (Hernández Sampieri et al., 2014, p. 200).

Tanto la validez, como la confiabilidad del cuestionario se articulan para mejorar la objetividad en el proceso de describir las estrategias que declaran usar los docentes de Matemática basadas en herramientas digitales y las diferencias entre las estrategias utilizadas según variables como el tipo de institución, el subsistema, la experiencia docente y el contexto de la institución en la que se desempeña. Esta articulación es una característica relevante del instrumento ya que la validez de contenido permite garantizar que se mide lo que se desea medir y la confiabilidad asegura la exactitud de la medida.

Para medir la confiabilidad del cuestionario diseñado, se tomó como decisión metodológica recurrir al coeficiente Alfa de Cronbach producto de que el cuestionario dispone, en general, de respuestas politómicas que varían entre 1 y 4 y por su practicidad ya que se necesita una única prueba para su concreción. Si bien para su determinación se utilizó el software *Statistical Package for the Social Sciences* (SPSS), conviene señalar que su cálculo se realizó a partir de la determinación de la correlación de cada reactivo con cada uno de los otros, resultando una gran cantidad de coeficientes de correlación. El valor del Alfa de Cronbach es el promedio de todos los coeficientes de correlación. Así es que este estadístico mide la

consistencia interna del cuestionario, para lo que tiene en cuenta dos variables, la longitud de la prueba, es decir el número de reactivos que conforma el instrumento y la covarianza entre los ítems (Palella & Martins, 2003).

Este parámetro toma valores continuos en el intervalo $[0, 1]$ siendo mayor la confiabilidad del instrumento para valores del Alpha cercanos a 1 y por contraposición, valores cercanos a 0 estaría indicando que no hay ningún tipo de relación entre los reactivos del cuestionario. Por otra parte, por la forma que tiene la expresión para el cálculo del Alpha, su valor se ve incrementado si aumentan considerablemente el número de reactivos, lo que puede llevar a pensar en una elevada consistencia interna del instrumento. Atendiendo a lo antes expuesto y en vistas de que nuestro cuestionario quedó conformado por 60 ítems cerrados y 2 ítems abiertos, se decidió determinar el valor de Alpha para cada una de las secciones del cuestionario. La Tabla 6 muestra los valores de Alpha para cada una de las secciones del cuestionario.

Tabla 6

Valor de Alpha de Cronbach para cada sección del cuestionario

Sección	Ítems	Valor de Alpha	Magnitud
B	8 al 18	0,845	Muy Alta
C y D	19 y 22 al 51	0,867	Muy Alta
E	52 al 62	0,879	Muy Alta

Fuente: Elaboración personal

Asimismo, justificamos a partir de los valores de Alpha conseguidos para cada sección del cuestionario la valoración del cuestionario. A estos efectos, seguimos las recomendaciones de Palella y Martins (2003), quienes han propuesto una escala de valoración de la confiabilidad del instrumento.

La Tabla 7 recoge los rangos y magnitudes de esta escala.

Tabla 7

Escala de interpretación de la magnitud del coeficiente de correlación

Rangos	Magnitud
0,81 a 1,00	Muy Alta
0,61 a 0,80	Alta
0,41 a 0,60	Moderada
0,21 a 0,40	Baja
0,01 a 0,20	Muy Baja

Fuente: Elaboración personal a partir de Palella y Martins (2003)

En síntesis, el valor de Alpha de Cronbach obtenido, para nuestro instrumento, varía según la sección del cuestionario considerada entre 0,845 y 0,879, valores que se encuentra en un grado de confiabilidad “Muy Alta” según los aportes de Palella y Martins (2003).

5.2.2 Técnicas basadas en la conversación: entrevistas

La entrevista es una técnica de gran utilidad para la investigación educativa, en la que a través de encuentros entre el investigador y los entrevistados se busca entender concepciones y perspectivas de los participantes respecto a una temática. Tal como lo señala Kvale (2011), “una entrevista de investigación cualitativa intenta entender el mundo desde el punto de vista del sujeto, revelar el significado de las experiencias de las personas, desvelar su mundo vivido previo a las explicaciones científicas” (p. 19).

En esta investigación se realizaron dos modalidades diferentes de entrevistas en profundidad, por un lado, en la etapa exploratoria de nuestro estudio, se entrevistó a un grupo de expertos o elite (Valles, 2003, p. 188), reconocidos especialistas en tecnología educativa y didáctica de la Matemática y, por otro lado, se llevaron adelante las entrevistas típicas o usuales, (Valles, 2003, p. 182) con docentes de la asignatura.

5.2.2.1 Entrevista en profundidad: con expertos o elite

Uno de los procedimientos llevados adelante, para orientar la construcción de nuestro objeto de estudio y aportar a la discusión de temas actuales sobre los pilares que se sustenta nuestra investigación, fue considerar el parecer de los expertos en educación.

Se trató de una entrevista, en la que se le dio al entrevistado, en términos de Valles (2003) un “tratamiento especial, no estandarizado”. La forma en que el investigador se relaciona con el entrevistado tiene algunas características que la diferencia de otros tipos de entrevistas. Respecto a estas características Valles (2003) señala que deben ser realizadas:

(...) enfatizando la definición de la situación por el entrevistado, animando al entrevistado a estructurar el relato de la situación, permitiendo que el entrevistado introduzca en medida considerable (...) sus nociones de lo que considera relevante, en lugar de depender de las nociones del investigador sobre la relevancia. (p. 189)

La pauta para la entrevista a expertos se realizó sin un guion de preguntas prefijado, sino con una serie de temas abiertos flexibles que se propusieron a los especialistas. Se buscó, en función del curso de acción que tomara la entrevista, hacer uso de los diferentes temas pensados, como un elemento disparador, para que los especialistas se pudieran expresar libremente y lograr una conversación entorno a sus inquietudes. Los temas de interés incluidos en la pauta fueron: a) valoración general que hace de la inclusión de la tecnología digital en la enseñanza; b) enseñanza basada en herramientas digitales; c) uso de software específico de Matemática como apoyo a la enseñanza y d) uso de herramientas digitales para la promoción de la MM (ver Anexo 4, p. 290).

A través de estos temas se procuró darle cierta estructura a la entrevista, aunque en todo momento se buscó la apertura en los diálogos, así como la espontaneidad y la flexibilidad. Asimismo, minimizamos nuestras intervenciones buscando que en la conversación se hicieran presentes las opiniones, pareceres e interpretaciones de los especialistas, y si bien,

como en toda modalidad de entrevista, hemos orientado y estableciendo ciertas reglas en los encuentros se buscó que fuera imperceptible para los entrevistados.

5.2.2.2 Entrevistas en profundidad: típicas o usuales

La entrevista en profundidad tiene diferentes matices según el grado de estructuración de las preguntas que dan origen al guion. En este estudio se utilizó la entrevista en profundidad semiestructurada (Taylor & Bodgan, 2000), que incluyó una serie de preguntas previstas con anticipación, que permitieron estructurar el guion y que fueron planteadas a los docentes a través de una conversación abierta y flexible para que obtener respuestas subjetivamente sinceras que nos permitieran comprender el fenómeno de estudio (Patton, 1990).

La elección de la entrevista semiestructurada como modelo de entrevista se debió a su gran ductilidad, ya que nos brindó la posibilidad de clarificar, reformular e introducir preguntas complementarias durante la entrevista y en ocasiones solicitar al entrevistado la profundización o ejemplificación de algunos de los elementos constitutivos de su respuesta. Consideramos que, si bien el análisis de los datos recogidos a través de este modelo de entrevista nos insumió mayor dedicación, permitió comprender de mejor manera el fenómeno de estudio y una mayor aproximación a la información, que no hubiese sido posible obtener de otra manera.

Se realizaron entrevistas en profundidad típicas o usuales (Valles, 2003), con 16 docentes que manifiesten su interés por continuar participando de esta investigación. Por intermedio del último ítem del cuestionario se buscó invitar a participar a los docentes que así lo deseaban de una instancia en la que se realizó la entrevista. A través de las entrevistas, se procuró alcanzar el tercer objetivo específico de la investigación, en que se indagó las creencias de los docentes que influyen en el uso pedagógico de las herramientas y plataformas digitales como un medio para mejorar las experiencias de aprendizaje con modelos matemáticos. De este modo se buscó conseguir una imagen fehaciente de las prácticas de los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Enseñanza Media y de las valoraciones que estos hacen tanto de las herramientas digitales como del uso de situaciones reales que promuevan la modelación (ver Anexo 5, pp. 291-293).

5.2.2.2.1 Validación del guion de entrevista

Con el objetivo de garantizar la validez y fiabilidad del instrumento de entrevista, antes de ser empleado es fundamental, tal lo expuesto por Mejía Navarrete (2011), exponerlo a un proceso de rigurosa revisión que brinde la confiabilidad de los contenidos. Para lograr este propósito se llevaron adelante dos estrategias: el juicio de expertos y el pretesteo.

En esta investigación, al igual que para validar el cuestionario de encuesta digital, se decidió utilizar, como método de validación el juicio de expertos con el propósito de corroborar la pertinencia de las preguntas que conforman el guion de entrevista. Para realizar el juicio de expertos se contó con la contribución de 5 especialistas, cuyas edades oscilan entre los 40 y 60 años y que cuentan con reconocido prestigio y experiencia, a nivel nacional e internacional. Estos profesionales se han especializado en áreas que guardan estrecha relación con los temas de nuestra investigación: didáctica de la Matemática, enseñanza mediada con tecnología digital y metodología de la investigación.

Aunque hemos acordado con estos profesionales mantener el anonimato de sus datos personales, la Tabla 8 recoge sus antecedentes académicos y el perfil profesional de los jueces que validaron el guion de entrevista.

Tabla 8

Formación académica y perfil profesional de los jueces

Experticia	Formación académica	Perfil profesional
Tecnología Educativa	Juez 1 (J1) - Maestría en Educación – Tecnología y Matemática - Profesor de Matemática	- Docente e investigador en Consejo de Formación en Educación
	Juez 2 (J2) - Doctorado en Neurociencia - Maestría en Educación – Matemática - Profesor de Matemática	- Docente e investigador en Consejo de Formación en Educación y en la Facultad de Psicología
Matemática	Juez 3 (J3) - Maestría en Educación – Matemática - Profesor de Matemática	- Docente e investigador en Consejo de Formación en Educación
Metodología de la investigación	Juez 4 (J4) - Doctora en Sociología por la Universidad de la República - Máster en Ciencia Política - Socióloga	- Docente universitario, métodos de investigación cuantitativa - Dirección de instituto de evaluación - Investigadora del Sistema Nacional de Investigadores de Uruguay
	Juez 5 (J5) - Doctorado en Psicología por la Universidad de la Habana - Licenciada en Psicología	- Docente e investigador universitario - Investigadora titular del Sistema Nacional de Investigadores de Cuba - Consultora UNESCO

Fuente: Elaboración personal

Del mismo modo que se construyó un instrumento para recoger las opiniones de los jueces con relación al cuestionario de encuesta, se diseñó un instrumento para recoger los pareceres de los jueces, "Planilla para evaluar la validez de contenido del guion de entrevistas" (Escobar & Cuervo, 2008).

La misma se diseñó para consultar a los expertos respecto a cuatro dimensiones: a) claridad, los ítems de una misma dimensión alcanzan para obtener información sobre esta; b) coherencia, el ítem se comprende fácilmente; c) suficiencia, el ítem tiene relación lógica con la dimensión que se está midiendo y d) relevancia, el ítem es importante para la dimensión o

puede ser excluido. Las cuatro dimensiones se midieron a través de una escala nominal dicotómica Sí/No (ver Anexo 6, p. 294).

5.2.3 Técnica de observación y participación: observación no participante

En la etapa final del diseño metodológico, se realizó el registro de observación de actividades con algunos docentes encuestados que expresaron su disposición para el ingreso al aula. La técnica se realizó siguiendo dos modalidades ya que debido a los protocolos sanitarios producto de la pandemia del COVID-19, fue imposible visitar a los cuatro docentes en forma presencial. Por esta razón se realizaron dos observaciones en la modalidad presencial y dos en la modalidad virtual, siendo esta última una práctica llevada adelante durante gran parte del año por el colectivo docente de nuestro país.

La observación no participante como técnica de investigación, al decir de Yuni y Urbano (2006) puede ser entendida como aquella que “supone un cierto distanciamiento del investigador respecto a los fenómenos de la realidad observada. (...) el observador no participante adopta una clara posición para no involucrarse con la situación que observa; (...) adopta un rol de espectador de la realidad (p. 41).

Se realizó una pauta escrita para completar durante la observación de clase, tomando en consideración los lineamientos propuestos por Flick (2007) para diseño de guías de observación. Se procuró complementar la pauta con la grabación de audio de clase y registros de enlaces web utilizados, con el objetivo de registrar dinámicas de trabajo con las herramientas digitales. La pauta escrita fue diseñada como una guía semicerrada que permitió relevar las prácticas de enseñanza utilizadas por los docentes de Matemática con herramientas digitales para la promoción de la MM (ver Anexo 7, pp. 295-296).

La guía de observación de clase se construyó a partir de un antecedente empírico ya validado, que sirvió para observar prácticas de clase que articularan Tecnología Digital y Enseñanza de la Historia. Se utilizó el “Registro de observación de clase” diseñado y validado por López Filardo (2019) empleado para “Conocer y comprender cómo los profesores de Historia del

primer ciclo de Educación Secundaria perciben el proceso de inclusión de la tecnología digital impulsada a través del Plan Ceibal, se apropian de ella y la integran a sus prácticas de enseñanza” (p. 368). Si bien la población objeto de estudio es diferente a la que conforma esta investigación, la pauta fue diseñada para registrar prácticas de enseñanza con uso de tecnología digital. La Tabla 9 recoge las dimensiones y subdimensiones que se incluyeron en la pauta de observación de clase que hemos diseñado.

Tabla 9

Dimensiones y subdimensiones que incluye la pauta de observación

Dimensión	Subdimensión
Uso de dispositivos tecnológicos	PC, laptop, tablets, smartphones
Presentación del tema	<ul style="list-style-type: none"> - Ideas o conocimientos previos de los alumnos - Experiencias personales de los alumnos - Actividades previas con tecnología digital
Presentación de la consigna	<ul style="list-style-type: none"> - Contenidos explicitados en la consigna de trabajo - Maneja información procedente de diversos medios - Consigna alojada en una plataforma digital - Los alumnos utilizan dispositivos tecnológicos (Cuáles) - Actividades abiertas/alumnos escoger el recorrido
Recepción de la propuesta por los estudiantes	<ul style="list-style-type: none"> - Se muestran motivados a participar activamente - Siguen las orientaciones del/la docente para desarrollar las actividades - Acuden a la búsqueda de información a través de recursos digitales
Secuenciación de actividades	<ul style="list-style-type: none"> - Organización de actividades - Uso de herramientas digitales en la construcción del conocimiento
Cierre de la propuesta	<ul style="list-style-type: none"> - Síntesis del tema trabajado - Derivan de lo trabajado otros problemas para ser abordados mediante el uso de recursos digitales - Problemas ampliatorios que habrán de explorar los alumnos con el uso de recursos digitales

Fuente: Elaboración personal

5.2.3.1 Validación de la pauta de observación de clase

Con el propósito de comprobar la pertinencia de los ítems y dimensiones incluidas en la guía para la observación de clase, se testeó el instrumento en dos ocasiones, con docentes de Matemática que no pertenecen a la muestra, pero que tienen características similares. El testeó se realizó en una clase presencial y otra virtual, que dieron lugar a pequeñas reformulaciones y por sobre todo nos permitió confirmar la viabilidad del uso de la misma pauta para ambas modalidades. Estas instancias dieron lugar a la reformulación de algunos de los ítems que se habían contemplado originalmente en el guía.

5.3 Caracterización de la población y definición de la muestra

En la siguiente sección se explicita las características de la población a la que se dirigió este estudio. Por otra parte, se describe, de modo sucinto, los procedimientos llevados adelante para delimitar la población de docentes que participan de nuestra investigación, así como las decisiones metodológicas tomadas para la selección y conformación de la muestra en cada una de las técnicas aplicadas.

5.3.1 Población de estudio

Un proceso relevante llevado adelante en nuestra investigación fue delimitar la población, es decir, la totalidad de docentes a los que alcanza el estudio. En una primera instancia se determinó el universo de los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Enseñanza Media que se desempeñan en las instituciones de Montevideo, que según ANEP (2018) son 596 docentes.

La población para nuestro estudio está delimitada por la condición de ser docente de Matemática del Ciclo Básico de Enseñanza Media de Montevideo que utilizan herramientas digitales en su práctica de enseñanza. A partir de los registros estadísticos de Plan Ceibal (2016), el 32 % de la población de docentes de Matemática en Uruguay utilizan herramientas digitales para la enseñanza. Con base a estos registros la población parecería estar conformada por 191 docentes.

Cabe señalar que la base de datos, que incluyó los correos electrónicos de los docentes que conforman el universo, se debió construir a partir de otras bases disponibles con información estadística de los docentes de Matemática de Uruguay (DGES-Inspección de Matemática, 2020).

5.3.2 Muestreo para la encuesta digital auto administrada

La muestra cuantitativa, con la que se realizó el estudio descriptivo y explicativo, fue por auto selección o conveniencia (Hernández Sampieri et al., 2014). Durante el 24/7/2020 y 8/9/2020 se enviaron invitaciones por mail a los docentes que constituyen el universo de estudio. El número de docentes que accedieron a completar la encuesta On-line enviada a través de Google Forms fue de 212. A partir de esto la muestra cuantitativa para nuestra investigación quedó conformada por un subconjunto de 212 casos que corresponde a un nivel de confianza del 95% y un error máximo aceptado de 5%.

Esta forma de determinar la muestra cuantitativa se enmarca en un marco muestral probabilístico y se caracteriza por tener cada elemento del universo una probabilidad conocida, a diferencia de las muestras no probabilísticas donde seleccionamos la muestra en base a nuestro juicio subjetivo en vez de por selección azarosa (Hernández Sampieri et al., 2014).

5.3.3 Muestreo para las entrevistas con expertos o elite

Para esta instancia se recurrió a una selección intencional de los participantes, donde se procuró obtener, de aquellos casos que son ricos en información y buenos conocedores del tema que se está estudiando, información útil para capturar las características principales en el área sobre la que se los consultó. Esta selección por conveniencia de los participantes es una técnica que tiene ventajas por ser poco costosa, que focaliza sobre aquellos casos que son ricos en información, accesibles y cooperativos, aunque se destacan también limitaciones de sesgo por selección. En este sentido Malhotra (2004) expone “las muestras por conveniencia (...) se pueden utilizar en la investigación exploratoria para generar ideas,

conocimiento o hipótesis. Las muestras por conveniencia se pueden utilizar en grupos de enfoque, pruebas de cuestionarios o estudios piloto” (p. 321).

De los diferentes muestreos por conveniencia que existen se eligió para esta fase el muestreo por juicios Malhotra (2004) en el que:

(...) los elementos de la población se seleccionan con base el juicio del investigador, el cual, empleando su juicio o experiencia, elige a los elementos que se incluirán en la muestra porque cree que son representativos de la población de interés o que son apropiados en alguna otra forma (p. 322).

Como ya se mencionó en el apartado de diseño metodológico, se decidió consultar a un grupo de cinco expertos, a los que se contactó individualmente por intermedio de correo electrónico, de este modo se procuró que no mantuvieran contacto, entre ellos, impidiendo que pudieran llegar a un acuerdo de sus pareceres. El correo que se envió, además de incluir una breve presentación personal y los motivos por los que se los estaba contactando, adjuntaba un archivo conteniendo un resumen sobre la investigación que se quería llevar adelante.

Si bien hemos asumido el compromiso de mantener el anonimato de los datos personales de nuestros expertos, a continuación, señalamos algunos de sus antecedentes académicos y profesionales, que dan cuenta de su experticia en el área del conocimiento en la que fueron consultados. Para preservar el anonimato de los expertos nos referiremos a ellos utilizando la siguiente codificación: E1, E2, E3, E4 y E5.

Los expertos en tecnología educativa fueron dos. El experto E1 es un experto internacional que se desempeña para el Ministerio de Educación de Chile y ocupa una posición importante en el área de innovación educativa del programa Centro de Educación y Tecnología del Ministerio de Educación de Chile (Enlaces). Entre los objetivos de este programa está la mejora de la calidad de la educación incorporando la tecnología digital en el sistema educativo chileno. Fundada en 1992, ha colaborado a disminuir la brecha digital entre de los

estudiantes más vulnerables, promoviendo un cambio en las percepciones de los docentes respecto al uso de la tecnología digital para la enseñanza.

En este encuentro se pudo constatar su preocupación por el uso que realizan los docentes de la tecnología digital, incorporándolas a sus prácticas de enseñanza tradicionales sin que se produzcan cambios pedagógicos significativos. Así mismo ha insistido en los esfuerzos realizados por los gobiernos de varios países de América Latina por disminuir la brecha de acceso a los dispositivos digitales, sin que esto se traduzca en una apropiación y uso significativo de la tecnología digital para sus prácticas pedagógicas.

Por otra parte, el experto E2 es un experto chileno que se desempeña en educación y es un especialista en la formación de docentes a través de la tecnologías digitales y audiovisuales en ministerios nacionales, universidades y agencias internacionales. Es consultor para la UNESCO de los Recursos Educativos Abiertos (REA) y divulgador del uso de estos recursos para la formación de ciudadanía digital.

En otro orden, los expertos consultados en enseñanza de la Matemática fueron tres. El experto E3, se desempeñó como inspectores de Matemática en Uruguay durante un tiempo prolongado. Si bien se realizaron los procedimientos indicados por la ANEP para la obtención de los permisos que nos permitió el acceso a los docentes, el encuentro con este supervisor de la asignatura nos permitió recoger información relativa al uso que los docentes realizan de la tecnología digital, así como datos relativos a las características de la población.

Por otro lado, el encuentro con uno de los responsables de coordinar la evaluación PISA en Uruguay, experto E4, posibilitó una instancia en la que el entrevistado brindó su opinión sobre el desempeño de los estudiantes uruguayos cuando se enfrentan al trabajo en pruebas estandarizadas que involucran situaciones problemáticas en las que la modelación juegan un rol protagónico. De este encuentro surgen datos relevantes que contribuyen a incorporar algunos aspectos para profundizar en el proceso de MM.

De manera similar, la entrevista que se realizó al experto E5, especialistas en tecnología educativa del portal Uruguay Educa en el área Matemática, con una dilatada trayectoria a nivel nacional en el diseño de materiales digitales para la enseñanza de la asignatura, permitió interiorizarnos respecto a cuáles son los recursos digitales para la enseñanza que más produce el equipo del portal, así como cuales son los más frecuentados por los docentes de Matemática. La Tabla 33 recoge los principales antecedentes académicos y profesionales de los expertos cualificados (ver Anexo 8, p. 297).

5.3.4 Muestreo para las entrevistas en profundidad con docentes

Para seleccionar aquellos docentes a los que se entrevistó se tuvo en cuenta que “la muestra cualitativa es una parte de un colectivo o población elegida mediante criterios de representación socio estructural, que se somete a investigación científica social con el propósito de obtener resultados válidos para el universo” (Mejía Navarrete, 2011, p. 166).

La elección de la muestra cualitativa fue de carácter intencional no probabilístico, que, si bien no nos permite realizar afirmaciones generales con rigor estadístico sobre la población, se adecua a nuestras pretensiones de alcanzar el objetivo específico 3 con el que se procuró profundizar en las creencias de los docentes que influyen en el uso pedagógico de las herramientas digitales como un medio para mejorar las experiencias de aprendizaje. La selección de las unidades de análisis se realizó a partir de aquellos docentes que manifestaron, en el último ítem de la encuesta, su predisposición por continuar participando del estudio.

A partir de los planteos de Mejía Navarrete (2011), la muestra de docentes que se entrevistaron se organizó en tres niveles de representatividad estructural: a) el nivel socioeconómico, b) el nivel geográfico, y c) el nivel temporal. La muestra cualitativa pretende la heterogeneidad estructural del objeto de estudio, esto es, “la diversidad de matices de la naturaleza de las relaciones sociales de la muestra” (Mejía Navarrete, 2011, p 168).

La Tabla 10 muestra los niveles estructurales de representatividad que hemos utilizado para nuestro trabajo.

Tabla 10

Niveles de representatividad para la selección de la muestra

Niveles	Grupos	Subgrupos
Socioeconómico	Dirección General en la que trabaja	Dirección General de Educación Secundaria (DGES), Dirección General de Educación Técnico Profesional o ambas.
	Trabaja en instituciones públicas y/o privadas	Sólo públicas, sólo privadas o ambas
	Institución de formación docente donde egresó o está cursando sus estudios de profesorado	Instituto de Profesores Artigas (IPA), Centro Regional de Profesores (CERP), o Universidad de Montevideo (UM)
Geográfico	Zonas de Montevideo	Este, Centro, Oeste
Temporal	Experiencia docente	Años de trabajo

Fuente: Elaboración personal

En el mismo sentido, Miles y Huberman (1994) señalan algunos criterios para la especificación de nuestra muestra inicial que se ajustó a: a) representatividad (perfil de los profesores seleccionados); b) pertinencia (conocimiento de los actores del objeto de estudio) y c) oportunidad (intensión de colaborar con nuestro estudio).

Asimismo, no se partió con un número fijo de antemano de docentes a los que se iba a entrevistar, sino que el tamaño de la muestra se determinó cuando finalizó el proceso de búsqueda de información. Así lo expresan Miles y Huberman (1994),

(...) la muestra cualitativa se va perfilando paulatinamente conforme avance el examen de casos, no surge de una elaboración predeterminada al trabajo de campo, resultado de una ecuación estadística, se trata más bien de un diseño emergente, que se construye en el mismo proceso del desarrollo de la investigación. (p. 27)

La muestra cualitativa definitiva, para la entrevista en profundidad, quedó conformada por 16 docentes dado que la información aportada por los últimos docentes entrevistados ya casi

no nos proporcionó elementos nuevos en relación con los entrevistados que les antecedieron. Es decir, la colecta de datos se realizó hasta que ocurrió la saturación. Tal como lo señala Maxwell (1996), “el punto de saturación del conocimiento es el examen sucesivo de casos que van cubriendo las relaciones del objeto social de tal forma que a partir de una cantidad determinada los nuevos casos tienden a repetir, saturar el contenido del conocimiento anterior (p. 171).

La Tabla 11 resume la información recogida, de los docentes que participaron de la entrevista, que permitió organizar y capturar la heterogeneidad estructural de los profesores entrevistados. Se muestran los niveles de representatividad: socioeconómico, geográfico y temporal (Mejía Navarrete, 2011), el diseño de grupos y subgrupos seleccionados, así como los números de docentes que finalmente conforman la muestra cualitativa.

Tabla 11

Conformación de la muestra para la entrevista en profundidad a docentes

Niveles	Grupos	Subgrupo	Muestra	Totales
Socioeconómico	Consejo en que trabaja	DGES	9	16
		DGETP	3	
		Ambos	4	
	Trabaja en instituciones públicas y/o privadas	Sólo públicas	10	16
		Sólo privadas	2	
		Ambas	4	
Institución de formación docente	IPA	9	16	
	CERP	4		
	UM	3		
Geográfico	Zonas de Montevideo	Este	5	16
		Centro	6	
		Oeste	5	
Temporal	Experiencia docente	Hasta 10 años	5	16
		De 11 a 20 años	8	
		21 años o más	3	

Fuente: Elaboración personal

En síntesis, la muestra cualitativa para las entrevistas en profundidad a docentes quedó conformada por un total de 16 casos. De estos, 9 profesores trabajan en DGES, 3 en DGETP y 4 en ambos subsistemas. Estos profesores trabajan mayoritariamente en el ámbito público,

10 sólo en instituciones públicas y 4 en instituciones públicas y privadas y se encuentran distribuidos homogéneamente en las tres zonas geográficas de Montevideo. Con relación a su experiencia como docentes de Matemática el 80% tienen menos de 20 años de docencia y el 20% son profesores muy experimentados con 21 años o más de ejercicio de su función.

5.3.5 Muestreo para la observación de clase

La selección de la muestra para llevar a cabo la observación de clase quedó conformada por un subconjunto de 4 de los 31 docentes que se ofrecieron para continuar con la investigación, luego de completado el cuestionario de encuesta. Para la selección de los participantes que conformaron la muestra, se decidió elegir profesores que no hubiesen participado de la entrevista a docentes, de este modo pretendimos ampliar el número de participantes en las técnicas cualitativas. Se contactó a estos docentes y se les plantó la posibilidad de visitar sus aulas para poder observar en vivo aquellas prácticas que los docentes de Matemática llevan adelante con herramientas digitales.

Aunque se destaca la actitud positiva y el afán por colaborar con la investigación que manifestaron todos los docentes, concretar la visita al aula para realizar la observación de clase presentó serias dificultades, producto de los momentos de no presencialidad y los protocolos sanitarios ocasionados por la pandemia del COVID-19. Pese a estos inconvenientes, se logró llevar adelante la observación de 4 clases en dos modalidades, presencial y virtual.

La muestra cualitativa para la observación de clase se constituyó por un total de 4 casos, de los cuáles 2 trabajan en DGES y 2 en DGETP. Del mismo modo que en la muestra para las entrevistas en profundidad los docentes que formaron la muestra para la observación de clase se encuentran distribuidos homogéneamente en las tres zonas geográficas de Montevideo (Este, Centro, Oeste). Además 3 de estos docentes tienen entre 11 y 20 años de experiencia como docentes de Matemática y el restante profesor visitado pertenece al grupo de docentes con menos de 10 años de experiencia.

5.4 Tratamiento y análisis de la información

De modo paralelo al trabajo de campo se realizó el procesamiento y análisis de la información recolectada. Procesar la información recogida implicó utilizar procedimientos de organización y sistematización continua que nos permitieron concretar la reducción de los datos.

5.4.1 Análisis vertical por instrumentos

Entendimos conveniente para una mejor descripción del tratamiento de los datos colectados organizar el análisis en dos apartados diferentes. En un primer apartado se explicita cómo se realizó el ordenamiento y clasificación de la información del tipo cuantitativa, que provino de la encuesta digital y en el segundo apartado se describen los procesos de codificación y categorización empleados, así como la utilización del software ATLAS. Ti versión 7, para el trabajo con la gran variedad y densidad de datos provenientes de las técnicas cualitativas.

5.4.1.1 Los datos cuantitativos: análisis e interpretación

Los datos obtenidos por la encuesta se organizaron en dos grupos de acuerdo con sus características: los que nos proporcionan información numérica y los que se expresan mediante palabras o verbalmente (Escalante et al., 2002).

Los datos numéricos se organizaron en una planilla Excel para luego ser utilizados en el análisis estadístico tanto univariado como bivariado realizados con el software SPSS. Por otra parte, los datos que se presentaban en forma verbal sufrieron destinos diferentes: unos se convirtieron en datos numéricos tal es el caso del Ítem 11 en el que el encuestado se manifestó por el grado de acuerdo respecto a la afirmación, “La enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico debe contribuir a que los estudiantes desarrollen habilidades y destrezas que les permitan resolver problemas de la vida cotidiana”, mientras que otros quedaron como información cualitativa como en el Ítem 20 “Describe alguna actividad de enseñanza con herramientas digitales que promueva la MM y que haya desarrollado en algún curso del Ciclo Básico”.

Con los datos numéricos se realizó un análisis descriptivo para caracterizar a los profesores de Matemática que participaron del estudio. Se utilizaron como variables para la caracterización: género, edad, experiencia docente como profesor de Matemática en el Ciclo Básico, subsistema en el cual se desempeña como profesor de Matemática del Ciclo Básico, tipo de instituciones, titulación y posgrado. Los estudios realizados fueron: distribución de frecuencias, determinación de medidas de tendencia central: media, mediana y moda y medidas de dispersión: desviación estándar (Escalante et al., 2002).

Se analizó la distribución del profesorado según género, y según grupos etarios, así como la estructura de edades por género. Por otra parte, se calcularon indicadores, media aritmética y desviación típica, que permitieron caracterizar a los docentes según su experiencia para el trabajo en el aula y según titulación específica para el desempeño docente. En la búsqueda de una mayor precisión para describir la población de profesores, se recurrió a la escala *International Standard Classification of Education*, ISCED 2016 la que permitió realizar comparaciones entre los niveles de preparación de los docentes que participaron de nuestro estudio y los docentes de otros países. ISCED es un marco de referencia estadístico a través del cual la UNESCO organiza información referida al nivel de formación de los docentes que se desempeñan en los diferentes países miembros. El marco está organizado en 8 niveles. El nivel 5 corresponde a programas orientados a la práctica y su extensión es inferior a 4 años, el nivel 6 incluye aquellas carreras de grado, licenciaturas o equivalentes, diplomas, el nivel 7 corresponde a posgrados de Maestría y el nivel 8 a estudios de doctorado

Finalmente, se analizó la distribución de profesores según el carácter del cargo (efectivo, interinos, suplente, habilitados) que ocupan en las instituciones en las que se desempeñan.

La Tabla 12 recoge de forma sintética las variables utilizadas en el análisis univariado, así como los parámetros involucrados en el análisis que contribuyeron a caracterizar la población de estudio.

Tabla 12

Estudios univariados realizados para describir la población de profesores

Estudio realizado	Tipo	Variables
Distribución	Frecuencia	Género, Edad, Profesorado según la escala ISCED, Carácter del cargo.
Medidas de tendencia central	Media Aritmética – Mediana - Moda	Edad, Experiencia docente, Formación profesional
Medida de dispersión	Desviación típica	Edad, Experiencia docente, Formación profesional

Fuente: Elaboración personal

Por otra parte, se realizaron estudios univariados para conocer la opinión de los docentes acerca del propósito principal de la enseñanza de la Matemática. Se les solicitó que indicaran su valoración con relación a las siguientes afirmaciones: a) proporcionar una preparación sólida en conceptos y métodos matemáticos para que los alumnos puedan rendir exitosamente diferentes pruebas; b) desarrollar estrategias para la resolución de problemas intra y extra matemáticos; c) introducir a los estudiantes en los principales procedimientos de demostración, razonamientos deductivos, para alcanzar los resultados teóricos fundamentales y d) contribuir a que los alumnos desarrollen habilidades y destrezas que les permitan resolver problemas de la vida cotidiana, según una escala Likert de 4 puntos.

Asimismo, se indagó acerca de los procesos generales que deben tener presente los docentes cuando planifican sus clases. Los procesos generales, incluidos en las evaluaciones estandarizadas PISA, buscan medir el grado en que los docentes promueven la alfabetización matemática en los alumnos. Para este estudio se tuvieron en cuenta los siguientes procesos: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar y utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico. A través de estos procesos los estudiantes desarrollan una forma de percibir la Matemática que va más allá del aprendizaje de algoritmos y definiciones abstractas, posibilitándoles desarrollar habilidades para la resolución de situaciones contextualizadas, dando paso a un uso comprensivo y promoviendo un enfoque social de esta asignatura (OCDE, 2006, p. 40).

De igual modo presentaremos en el siguiente capítulo un análisis de las herramientas digitales más utilizadas por los docentes para la promoción de la MM, destacándose GeoGebra y PAM como las más utilizadas. Asimismo, se realizó un análisis de los bloques temáticos más utilizados para el trabajo con GeoGebra y PAM.

En lo que respecta al análisis bivariado se realizaron varios estudios para comprobar o refutar hipótesis formuladas al inicio del estudio, así como afirmaciones que surgieron a partir de cruzar variables relevadas con el cuestionario (Kerlinger, 2002). Por ejemplo, para caracterizar el fenómeno de estudio se realizó el cruzamiento de la variable dependiente, frecuencia con la que los profesores de Matemática desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la MM y la variable independiente, grupo etario. Se formularon seis hipótesis que involucran esta variable dependiente con otras variables independientes como: edad, género, experiencia docente, tipo de gestión, tipo de institución y titulación docentes.

Las hipótesis propuestas fueron:

- a) Existe relación entre la edad de los profesores de Matemática y la frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la MM.
- b) Existen diferencias significativas según el género con respecto a la frecuencia con que los docentes desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la MM.
- c) La experiencia de los docentes para el trabajo de clase podría estar determinado la frecuencia con que los docentes llevan adelante actividades con tecnología digital para promover la MM.
- d) Los docentes de la DGETP (tipo de institución) son los que más mencionan utilizar las herramientas digitales para promover la modelación de situaciones problemáticas.
- e) Existen diferencias significativas según si el docente se desempeña en instituciones públicas o privadas respecto a la frecuencia con que llevan adelante actividades con tecnología digital para promover la MM
- f) Existe relación entre la formación de los docentes en posgrados y la frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la modelación de problemas.

Por otra parte, a partir de los datos colectados en la encuesta se construyó un índice, al que denominamos “habilidad digital para promover la MM” que permitió caracterizar la capacidad de los docentes para utilizar el conocimiento matemático y las herramientas digitales para proponer actividades promotoras de modelos. El índice se creó a partir de tres variables relevadas en el cuestionario: a) elabora materiales didácticos digitales para resolver una situación del mundo real; b) propone actividades digitales para resolver una situación del mundo real que bajó de un sitio web educativo y c) propone actividades digitales que implican la modelización de problemas a través de GeoGebra.

Para determinar los valores que tomaría el índice decidimos otorgar el mismo peso a cada una de las tres variables constitutivas de la “habilidad digital para promover la MM” y calcular la media aritmética de todas ellas. De este modo la expresión que permitió calcular este índice es: $Habilidad\ digital = \frac{h_a+h_b+h_c}{3}$ en la que h_a , h_b y h_c representan los valores que toman cada una de las variables a), b) y c) relevadas en el cuestionario de encuesta.

Así definido este índice, adopta valores discretos que varían 1 a 4, los que fueron segmentados en tres niveles asociados a la “habilidad digital para promover la MM”. Los niveles de habilidad definidos fueron: habilidad digital baja, media y alta según los valores del índice varíen en el intervalo [1, 2], (2, 3] y (3, 4] respectivamente. En el Capítulo 6 se presentan los resultados de las pruebas de hipótesis que involucraron a este índice y las variables independientes: grupo etario, género, experiencia docente, titulación y formación de posgrados.

Para el estudio de la existencia o no de relación entre las variables, dependiente e independiente, presentes en cada hipótesis formulada, se llevaron adelante varias pruebas de significación estadística. Se utilizó el estadístico Chi Cuadrado de Pearson para analizar la posible asociación de las variables e inferir si las diferencias encontradas son estadísticamente significativas, es decir que no se deben al azar. Además, se tuvo en cuenta que, si bien la prueba de Chi Cuadrado sirve para comprobar la independencia o no de dos variables, no permite caracterizar dicha asociación. Por lo tanto, con el propósito de caracterizar la asociación, se buscó medir su intensidad. Para esto se procedió del siguiente modo: en el caso de que al menos una de las variables sea nominal, se utilizó el parámetro V

de Cramer y en el caso de tratarse de dos variables ordinales se trabajó con el parámetro Gamma. También se recurrió al parámetro estadístico Lambda como medida de predicción de una variable sobre la otra, en el caso de que al menos una de las variables sea nominal y al estadístico d de Somers en el caso que ambas fueran ordinales.

5.4.1.2 Los datos cualitativos: análisis e interpretación

El análisis de los datos que provienen de las técnicas cualitativas se realizó siguiendo la lógica de la Teoría Fundamentada (*Grounded Theory*), Glaser y Strauss (1967) y Strauss y Corbin (1991) que nos permitió desarrollar teoría a partir de los datos empíricos. Las principales estrategias para llevar adelante esta teoría son: a) método comparativo constante y b) muestreo teórico. El procedimiento llevado adelante posibilitó, a partir de procesos de abstracción creciente, la construcción de categorías analíticas que emergieron a partir de análisis de los discursos de los profesores entrevistados. Así es que, a partir de la combinación de la información que se fue obteniendo en el proceso de entrevistas con el análisis de los datos empíricos, pudimos determinar similitudes y diferencias en los relatos de los docentes. Se avanzó casi en forma simultánea en los procesos de “transcripción operativa” Rapley (2014, p. 92) y la realización de las entrevistas lo que nos permitió comenzar la fase de análisis de datos de forma anticipada.

El análisis de los registros posibilitó la construcción de categorías, que fueron determinadas a partir de unidades de análisis vinculadas a un mismo tema. El proceso que nos condujo a la construcción de las categorías emergentes lo podemos sintetizar en tres etapas: a) comparación y categorización; b) integración de categorías y propiedades y c) codificación selectiva (Strauss & Corbin, 2002).

La primera de las etapas, comparación y categorización se desarrolló por ejemplo para tipificar las actividades que realizan los docentes de Matemática con herramientas digitales que promueven la MM. En esta etapa se comparó actividad por actividad llevada adelante por los docentes y se asignaron las categorías. Si bien gran parte de las categorías fueron obtenidas de los datos empíricos, para la determinación de la tipología de actividades que despliegan los docentes se utilizaron algunas categorías que provienen de la teoría. Estas

categorías apriorísticas, devienen del marco teórico propuesto y de nuestra experiencia como docente de didáctica de la Matemática.

Previo al análisis de datos, se realizó una categorización apriorística partiendo de algunos supuestos desarrollados en el marco teórico del presente trabajo y en consonancia con las preguntas y objetivos de la investigación. El procedimiento con el que se elaboró la categorización preliminar, si bien fue el que menos se utilizó, permitió determinar las siguientes categorías: INTRARMM Series de PAM, EXTRAPIE Proyecto interdisciplinario escolar y EEVA1 Explorar problema real integrando GeoGebra. Por otra parte, los datos colectados permitieron la determinación de nuevas categorías que emergen de los registros.

Esta categorización significó el momento en que se establecieron nuevas interpretaciones y vínculos entre los códigos y elementos que conformar nuestro marco teórico. Se realizaron nuevas aproximaciones teóricas que dependieron en gran medida de razonamientos y elementos inferenciales y no de procedimientos o técnicas para elaborar las categorías y subcategorías a partir de los datos cualitativos codificados.

Dos aspectos sustanciales del análisis lo constituyen la codificación y la categorización. Para el primero se procedió a determinar las palabras claves o unidades mayores de contenido significativo. Esta etapa permitió definir las unidades de análisis, o unidades de registro (Hernández Sampieri, 2014), entendidas como los segmentos del contenido significativo de los mensajes que son identificados y caracterizados dentro del documento, para determinar a partir de ellos las categorías, buscar relaciones e inferir resultados. Para garantizar la confiabilidad y validez del análisis, se siguieron reglas que nos permitieron establecer de forma clara cuáles son las condiciones bajo las cuales segmentos de contenido similares se codificaron y categorizaron siempre de la misma forma (Merriam, 1998; Mayring, 2000).

Este proceso por el cual se buscó abstraer las particularidades de los contenidos agrupados y se le asignó una etiqueta formada por un único concepto, sirvió para orientar sobre nuevas agrupaciones, así como para el establecimiento de relaciones, dando lugar a nuevos grupos

llamados categorías que posibilitaron una mayor reflexión, análisis e interpretación profundas de los datos (Miles & Huberman, 1994).

En una segunda etapa, a partir de la comparación sistemática de las categorías, surgieron nuevas categorías nucleares, que permitieron integrar las categorías primarias para formar el núcleo de la teoría que emergió de los datos. Este proceso de categorización axial, (Strauss & Corbin, 2002), permitió por ejemplo caracterizar los tipos de actividades que llevan adelante los docentes de Matemática con tecnología digital para promover la MM en dos grandes núcleos, las propuestas que involucran situaciones problemáticas de dominio extra-matemático y las que promueven situaciones problemáticas de dominio intramatemático.

En la etapa final se eligió una categoría que las nucleara a todas, es decir buscamos determinar una categoría central, que al decir Strauss y Corbin (2002) “consiste en todos los productos del análisis, condensados en unas cuantas palabras que parecen explicarnos de qué trata la investigación” (p. 137). Este proceso de adjudicación de una categoría como central o también conocido como codificación selectiva (Strauss & Corbin, 2002), permitió agruparlas en nuevas categorías más abarcativas, con el objetivo de obtener nuevos núcleos más generales, con mayor nivel de abstracción (Flick, 2007), que sintetizan conceptualmente a las menos generales.

Para la construcción de subcategorías y categorías utilizamos el software ATLAS. Ti versión 7, que nos permitió la codificación, organización, clasificación e interpretación de la información, así como el establecimiento de redes con las categorías y los códigos creados, que se presentaran en el siguiente capítulo.

5.4.2 Integración de los resultados

Al comienzo de este capítulo se justificó la elección del enfoque mixto para nuestra investigación. Es decir para esta investigación se utilizó información que provino tanto del uso de técnicas cuantitativas como cualitativas con las que se buscó convergencias para responder a nuestra pregunta de investigación: ¿Cuáles y cómo son las estrategias de

enseñanza, que despliegan los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Montevideo, con herramientas y plataformas digitales que promueven el proceso de Modelación Matemática?

Los datos cuantitativos y cualitativos se utilizaron en forma conjunta, integrados, como una forma de reforzar los hallazgos, así como integrando a los estudios descriptivos o correlacionales realizados en el enfoque cuantitativo información que provino de las entrevistas en profundidad a los profesores. Por ejemplo, a partir del análisis de las entrevistas se pudo determinar tres categorías en las que se agrupan los tipos de acciones que los docentes despliegan con herramientas digitales para la MM, Reconocimiento, Avance y Cambio, que fueron utilizadas como parte de hipótesis estadísticas, buscando correlacionarlas con otras variables como género, grupo etario, formación profesional, institución en la que se desempeña y posgrados.

5.5 Diseño metodológico de la investigación: Fases del estudio

Esta investigación se inició como un estudio exploratorio en la Fase 1, con las entrevistas a expertos que orientaron en la construcción del objeto de estudio y aportaron con la discusión de temas actuales sobre los pilares que se sustenta nuestro trabajo. Asimismo, se realizó un estudio exploratorio de la literatura científica y se constató que, si bien existen variadas investigaciones empíricas y teóricas de enseñanza de la Matemática con tecnología digital y estudios de uso de la MM para la enseñanza de la Matemática, son poco frecuentes los que tratan ambas componentes (tecnología digital y MM) en conjunto. Este análisis, que permitió saber lo que se sabe y no se sabe sobre el objeto de estudio propuesto, nos ayudó a definir con precisión lo que deseábamos saber.

La entrevista a expertos se desarrolló entre febrero y abril del año 2020, tras haber contactado vía correo electrónico a cada uno de los especialistas. En el correo se envió una breve presentación de la temática escogida para el estudio, así como de los motivos personales que nos llevaban a incursionar en ella. Los encuentros con cada uno de los expertos fueron grabados, previa solicitud de autorización, en la que además se explicitó el tratamiento confidencial de la información tratada durante la conversación.

La investigación continuó con un estudio descriptivo y correlacional en la Fase 2, con el objetivo de identificar las estrategias de enseñanza que los docentes declaran utilizar con herramientas digitales, así como para describir la población de docentes que participan del estudio y responder a las hipótesis de investigación. El estudio correlacional permitió establecer el grado de relación que existe entre dos o más conceptos (variables).

Para estos estudios se utilizaron los datos recogidos a través de la encuesta digital planificada para los docentes de Enseñanza Media. Se realizó un primer envío vía mail a los 596 docentes que conforman el universo de estudio. El mail contenía una breve explicación de los objetivos de la investigación y la invitación a completar el cuestionario de encuesta, para lo que se adjuntó en el mismo correo el enlace directo al cuestionario de Google Forms. Semanalmente se realizó el monitoreo de los cuestionarios completados por los docentes, y se realizaron 5 recordatorios durante el 24/7/2020 y 8/9/2020 hasta la obtención de 212 cuestionarios completados de forma voluntaria por los docentes.

En la Tabla 13 se puede visualizar la fecha de envío de los recordatorios y los cuestionarios recibidos en cada intervalo de fechas.

Tabla 13

Histórico de recordatorios y cantidad de cuestionarios recibidos durante la etapa empírica

Fecha de envío recordatorios	Cuestionarios recibidos	Acumulado de cuestionarios
3/8/2020	87	87
10/8/2020	79	166
17/8/2020	33	199
24/8/2020	9	208
2/9/2020	4	212

Fuente: Elaboración personal

Luego de concluida la fase de encuesta se coordinó la realización, en la Fase 3, de las entrevistas en profundidad con los docentes que conformaron la muestra para esta técnica. Si bien los últimos cuestionarios completados por los docentes fueron recibidos a fines de setiembre, la aplicación de la entrevista no comenzó hasta el mes de noviembre del año 2020, ya que decidimos incorporar algunos elementos señalados por los docentes en la encuesta, al guion de entrevista, para lograr mayor profundidad de sus opiniones.

En la Tabla 14 se recoge un resumen del lugar donde se encontró el docente al momento de realizar la entrevista, fecha y extensión de esta. Cabe señalar que las tres cuartas partes de los docentes que participaron de las entrevistas se encontraban en su hogar, lo que le confirió tranquilidad y comodidad.

Tabla 14

Síntesis de las entrevistas en profundidad realizadas a docentes

Docente (código)	Lugar (docente)	Fecha	Tiempo	Docente (código)	Lugar	Fecha	Tiempo
DE1	Casa	8/11/20	52min45s	DE9	Casa	9/1/21	54min37s
DE2	Liceo	11/11/20	50min28s	DE10	Casa	10/1/21	52min44s
DE3	Liceo	18/11/20	57min34s	DE11	Liceo	10/1/21	52min04s
DE4	Liceo	19/11/20	45min23s	DE12	Casa	11/1/21	1h22min
DE5	Casa	11/12/20	1h02min	DE13	Casa	13/1/21	1h23min
DE6	Casa	13/12/20	58min04s	DE14	Casa	21/1/21	54min05s
DE7	Casa	17/12/20	47min30s	DE15	Casa	13/2/21	1h08min
DE8	Casa	28/12/20	51min56s	DE16	Casa	15/2/21	50min13s

Fuente: Elaboración personal

Las 16 entrevistas en profundidad a profesores insumieron aproximadamente 16 horas de grabación, es decir aproximadamente en promedio cada entrevista duró 1 h y una extensión de 160 páginas de transcripción. A medida que se fueron realizando las entrevistas, en forma paralela se llevaron adelante las transcripciones, teniendo en cuenta que este proceso supone un cambio de medio (Kvale, 2011), por lo que se atendió especialmente a criterios que contemplaran la precisión, fidelidad e interpretación de las reproducciones.

Finalmente, en la Fase 4 se realizó la observación de clase, para la que se contactó a cuatro docentes que conformaron la muestra y se les solicitó la viabilidad de estar presentes en alguna de sus clases para poder observar sus prácticas de enseñanza de la Matemática mediadas con tecnología que promueven la modelación. La entrada a campo para la observación de clase estuvo prevista para realizar a comienzos de año 2021 pero por motivos sanitarios los cursos se desarrollaron, durante gran parte del primer semestre, en la modalidad virtual. Este hecho nos llevó a tomar la decisión de comenzar la observación de clase en el mes de abril con la esperanza que el estado sanitario del país pudiera mejorar y con ello se abriera la posibilidad de realizar otras observaciones de manera presencial. Se realizó la observación de 4 prácticas de enseñanza, 2 en la modalidad virtual y otras 2 de manera presencial. Consideramos importante destacar, ante la situación planteada, la buena predisposición y colaboración de los docentes, para que pudiéramos realizar la observación de clase según lo planificado.

En la Tabla 15 registramos: institución, modalidad, clase, fecha y tiempo que llevó la actividad, en la que se realizaron las observaciones de la práctica de enseñanza.

Tabla 15

Registros de las observaciones de clase

Docente (código)	Institución	Modalidad	Clase	Fecha	Tiempo
DO1	Pública	Virtual	1er Año Ciclo Básico	6/4 y 8/4	80 min
DO2	Pública	Virtual	2do Año Ciclo Básico	12/4 y 16/4	80 min
DO3	Privada	Presencial	1er Año Ciclo Básico	26/4 y 28/4	90 min
DO4	Privada	Presencial	2do Año Ciclo Básico	4/5 y 6/5	90 min

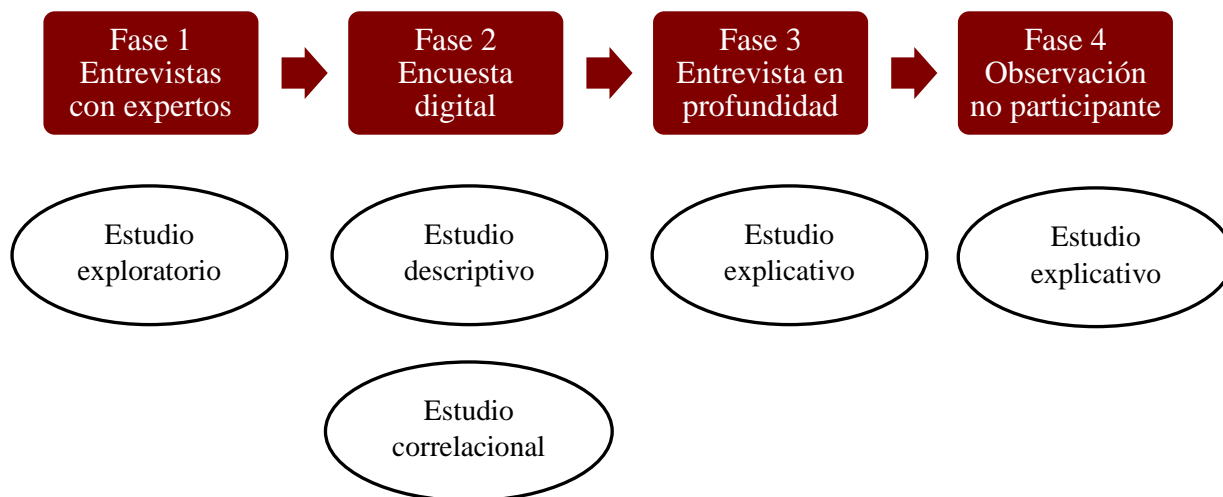
Fuente: Elaboración personal

A partir de la entrevista en profundidad y la observación de clase se realizaron estudios explicativos, con los que se buscó superar lo meramente descriptivo y se focalizó en explicar por qué ocurre un determinado fenómeno y en qué condiciones se da éste. En la Figura 12

se visualiza las diferentes fases de la investigación y el tipo de estudio que se realizó a partir de cada una de ellas.

Figura 12

Fases y tipo de estudio de la investigación



Fuente: Elaboración personal a partir de Creswell y Plano Clark (2008)

Por último, cabe señalar que, al llevarse adelante nuestra investigación en instituciones de enseñanza media, se debió realizar las gestiones correspondientes para contar con los permisos de las autoridades de la ANEP. En este sentido se realizó un proceso que se inició en el primer semestre de 2019 ante la Dirección General de Educación Secundaria, con el propósito de que se nos autorizara el envío de invitaciones a los docentes para participar del estudio, así como para el posterior ingreso a las instituciones afectadas a la observación de clase.

El proceso insumió poco más de un año, dado que en una primera instancia concurrimos para ser notificados de la aprobación de nuestra intervención en las instituciones y en una segunda instancia se debió iniciar las actuaciones correspondientes con la División Jurídica de la ANEP para firmar un Acuerdo de Confidencialidad (ver en Anexo 9 y Anexo 10, Acta N°29, Res. 69, Exp.3/1205/2020 de la DGES, pp.298-303).

5.6 Aspectos éticos de la investigación

La esencia misma de la investigación educativa supone aspectos vinculados a quién investiga, que implica la presencia de elementos constitutivos del compromiso del investigador con su ideología, creencias, percepciones y cultura, que pueden llegar a contaminar los objetivos de la investigación, el problema al que se desea aproximar, las técnicas elegidas para abordar el objeto de estudio, así como el diseño de los instrumentos para la colecta de la información. De igual modo, comprende la elección de mecanismos utilizados por el investigador para dar a conocer sus hallazgos. Por todo lo señalado fue necesario atender con especial cuidado todos estos elementos para evitar o minimizar estas variables.

Asimismo, hay otros aspectos que hacen a la ética del investigador y que fueron atendidos durante el desarrollo de nuestro trabajo, el comportamiento en el campo, la dinámica de las relaciones tanto con los docentes y especialistas, así como con los equipos directivos y de supervisión de las diferentes instituciones con las que nos hemos relacionado a lo largo de este trabajo (Lincoln & Guba, 1985).

Para asegurar el carácter científico de nuestro estudio se buscó garantizar la consistencia y neutralidad (Lincoln & Guba, 1985), de nuestras acciones. Las actuaciones llevadas adelante buscaron asegurar que los hallazgos de esta investigación fueran producto de los docentes investigados y las condiciones de la indagación y no de nuestros intereses. En este sentido, si bien quién investiga es profesor de Matemática, no desarrollo mi actividad en espacios académicos similares a los docentes investigados, dado que mi actuación pedagógica la desarrollo como profesor en la Universidad.

Por otra parte, hemos empleado algunas estrategias que posibilitaron la protección de los docentes que participaron del estudio. Se solicitó su consentimiento informado, nos comprometimos a salvaguardar la confidencialidad de la información proporcionada, así como se tuvo especial reserva del anonimato de las fuentes consultadas. Tal como lo señala Rapley (2014), “cualquier persona que tome parte en la investigación debe saber que está participando de una investigación, comprender de qué trata y consentir tomar parte en ella” (p. 48).

Por último, nos interesa señalar que la información colectada durante el proceso de la investigación ha sido conservada en bases de datos anonimizadas, para lo que hemos utilizado una codificación a través de números y caracteres para sustituir los nombres y cualquier dato filiatorio de los participantes de la investigación.

5.7 Síntesis del capítulo

En este capítulo hemos presentado los principales fundamentos y las singularidades metodológicas llevadas adelante en la investigación, junto a una detallada descripción de la población de estudio, las decisiones para la selección de la muestra cuantitativa y cualitativa, las técnicas e instrumentos para la colecta de datos, la descripción de la fase empírica y el tratamiento y análisis de la información.

En las secciones que anteceden a esta síntesis, hemos planteado y argumentado la elección de una metodológica mixta, en la que convergen los enfoques cuantitativo y cualitativo, buscando aproximarnos a la complejidad de nuestro objeto de estudio. El diseño metodológico propuesto es secuencial y quedó conformado por cuatro fases: entrevistas exploratorias a expertos, encuesta digital a docentes de Matemática, entrevistas en profundidad y la observación no participante de clase.

Los instrumentos diseñados, guion de entrevista y cuestionario de encuesta fueron sometidos a proceso de validación como el juicio de experto y pre testeo, mientras que la pauta para la observación de clase se validó a través de pre test, con poblaciones similares a las que participaron del estudio, para asegurar su fiabilidad. Asimismo, para el cuestionario de encuesta se determinó el Alpha de Cronbach para examinar su confiabilidad.

Una primera etapa que anticipó al trabajo de campo lo constituyó la entrevista a los expertos, que se realizó entre febrero y abril de 2020. La fase empírica se inició en julio del mismo año, momento en el que se envió vía mail el cuestionario de encuesta a los 596 docentes de Enseñanza Media que conforma el universo de estudio. Esta etapa concluyó a inicios de setiembre, con la recepción de 212 cuestionarios completados de forma voluntaria por los docentes. El trabajo de campo continuó con la entrevista en profundidad a docentes de Matemática del Ciclo Básico, que se inició en noviembre de 2020. Se realizaron 16 entrevistas en profundidad, que insumieron en el entorno de 16 horas de grabación, es decir aproximadamente cada entrevista tuvo una duración de 1 h y la transcripción de las entrevistas, una extensión de 160 páginas. El trabajo de campo concluyó con la etapa de

observación no participante de clase, para la que se contactó a cuatro docentes a los que se visitó a partir del mes de abril de 2021.

De forma anticipatoria a la etapa analítica que será desarrollada en el capítulo 6 hemos incursionado en un apartado en el que se describen las proyecciones para el tratamiento y análisis de datos cuantitativos, cualitativos y su integración. Con relación al tratamiento de los datos cuantitativos hemos adelantado que se realizaron estudios descriptivos para caracterizar la población de profesores de Matemática que participaron del estudio, así como varios estudios univariados. Asimismo, los análisis bivariados se realizaron para comprobar o refutar hipótesis formuladas al inicio del estudio, así como afirmaciones que surgieron a partir de cruzar variables relevadas con el cuestionario.

Finalmente, se incorporó un apartado donde se explicitaron las consideraciones éticas que llevamos adelante durante este estudio para garantizar la confidencialidad de la información proporcionada y el anonimato de las fuentes involucradas en el estudio.

**TERCERA PARTE: ANÁLISIS DESCRIPTIVO Y CORRELACIONAL -
TESTIMONIOS Y SIGNIFICADOS DEL PROFESORADO**

El apartado que presentamos a continuación contiene los análisis realizados de la información colectada a través de los instrumentos que hemos presentado en el capítulo de decisiones metodológicas. El análisis de los datos ha sido organizado en tres capítulos, los dos primeros según las diferentes técnicas utilizadas durante el transcurso de la investigación y el tercer capítulo en el que se presenta la integración de los resultados.

En el Capítulo 6 se presentan los resultados del análisis correspondiente a los estudios cuantitativos univariados y bivariados realizados, para caracterizar el perfil socio-profesional de los docentes, las concepciones docentes, las herramientas digitales que utilizan para la enseñanza de la Matemática y la promoción de la MM y las habilidades digitales puestas en juego.

En el Capítulo 7 se presentan los resultados del análisis correspondiente a los análisis cualitativos realizados a través de las entrevistas: tipificación de actividades que realizan los docentes con tecnología digital y que promueve la MM, habilidades cognitivas que estas promueven y un mapeo de los recursos tecnológicos que los docentes de Ciclo Básico utilizan. Por otra parte, a través de la observación de clase caracterizamos la práctica de los docentes por medio del estudio de las secuencias didácticas propuesta por los docentes.

A través del Capítulo 8 se buscó la integración de los resultados, con la que hemos podido caracterizar las estrategias de enseñanza con tecnología digital que promueven la modelación de situaciones problemáticas, a partir de los testimonios de los docentes y la observación de clase. Así mismo hemos identificado matices en la forma que los docentes incorporan las herramientas digitales, desde un uso básico para suplantar procesos hasta la promoción de nuevos escenarios de aprendizaje, los que hemos organizado en un modelo jerárquico que sirve para explicar cómo el docente integra las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática en el aula.

CAPÍTULO 6: ANÁLISIS DESCRIPTIVO Y CORRELACIONAL

En este primer capítulo del apartado, se presentan los resultados de la encuesta que nos ha llevado a describir la población que formó parte de esta investigación, así como los análisis y pruebas de hipótesis para el cruzamiento de las variables que conforman los supuestos que hemos formulado tanto al inicio del trabajo como en el transcurso de este.

6.1 Perfil socio-profesional de los docentes

La primera sección del cuestionario de encuesta permitió relevar el perfil socio-profesional de los profesores que participaron del estudio. Se realizaron análisis de la distribución de los docentes según: género, edades agrupadas, experiencia docente, titulación, carácter del cargo como profesor de Matemática y posgrados.

Los resultados de los análisis nos permitieron determinar que, el 67,9 % de los profesores que integran la muestra cuantitativa se desempeña exclusivamente en la órbita de ANEP, 11,3 % lo hace exclusivamente en instituciones privadas y el 20,8 % cumple actividades tanto en instituciones públicas como privadas. Además, podemos afirmar que casi 8 de cada 10 profesores de Matemática (76,6%) que se desempeñan en la ANEP lo hacen exclusivamente en instituciones públicas, mientras que aproximadamente 2 de cada 10 además trabaja en el sector privado. Del mismo modo se observa que aproximadamente la tercera parte de los profesores de Matemática (35,3%) que se desempeñan en la órbita privada lo hace exclusivamente en este sector mientras que las dos terceras partes lo hacen en centros públicos y privados (ver Anexo 11, p. 304).

A continuación, presentamos los resultados del análisis correspondiente a los estudios realizados en la primera sección de la encuesta, que nos permitió caracterizar la población de estudio. Para este propósito se realizaron los siguientes estudios: a) distribución de los profesores encuestados según su género en los diferentes subsistemas de la ANEP y las instituciones privadas; b) distribución por edades del profesorado; c) indicadores de la experiencia docente; d) porcentaje de profesores con un título específico para la enseñanza de la Matemática; e) comparativo de la formación profesional del universo de docentes de

este estudio según la escala ISCED 2017 y f) carácter del cargo. El lector interesado en ampliar la información presentada podrá encontrar en los Anexos los gráficos y tablas que surgen de los análisis y que han servido para sustentar estos resultados (ver Anexo 12, pp. 305-308).

Al analizar el perfil socio-profesional de los docentes de Matemática de las instituciones que participaron del estudio observamos una alta tasa de feminización (70,8% son profesoras). Por otra parte la media de edades de los profesores es próxima a los 40 años con una desviación cercana a los 10 años ($\bar{x} = 39,8$ años, $\sigma = 9,6$ años), y se pudo constatar una alta tasa (82 %) de docentes menores de 50 años que baja el 50 % para los menores de 40 años. Estos docentes tienen en promedio casi 13 años de experiencia para la docencia ($\bar{x} = 12,8$ años), aunque la variable muestra una gran dispersión $\sigma = 8$ años.

Asimismo, el 50,5% de los encuestados tienen estudios del profesorado concluido, además un porcentaje elevado (44%) tiene además alguna diplomatura realizada, aunque este porcentaje baja notoriamente al 5,2% de docentes con una maestría concluida. Cabe señalar que en número de docentes que tienen maestría y que se desempeñan exclusivamente en el ámbito privado cuadriplica a los que la tienen y trabajan exclusivamente en el ámbito público. Ninguno de los 212 docentes que participaron del estudio se encuentran en el nivel educativo ISCED 8. Por último, con el objetivo de caracterizar con mayor precisión nuestra población de estudio se pudo constatar que casi la mitad de los profesores son efectivos en la DGES y la cuarta parte en la DGETP.

6.2 Creencias docentes sobre el propósito principal de la enseñanza de la Matemática

La presente sección se organizó en dos subsecciones, con las que se buscó incorporar las valoraciones de los profesores de Matemática con relación a dos dimensiones relevadas con el cuestionario de encuesta: a) propósito de la enseñanza de la Matemática y b) los procesos generales que debe tener presente el profesor cuando planifica actividades para sus estudiantes. Los profesores expresaron su grado de acuerdo o de desacuerdo, teniendo en

cuenta la siguiente escala de valoración: 1 – Muy en desacuerdo, 2 – En desacuerdo, 3 – De acuerdo, y 4 – Muy de acuerdo.

Presentamos a continuación los resultados de los análisis realizados para ambas subsecciones.

6.2.1 Propósito de la enseñanza de la Matemática

Se procuró conocer acerca del propósito principal de la enseñanza de la Matemática. Las afirmaciones sobre las que los profesores encuestados manifestaron su juicio de valoración se recogen en la Tabla 16, así como el número de ítem que se le asignó para su codificación.

Tabla 16

El propósito más importante de la Matemática

Ítem 8	...proporcionar una preparación sólida en conceptos y métodos matemáticos para que los alumnos puedan rendir exitosamente diferentes pruebas.
Ítem 9	...desarrollar estrategias para la resolución de problemas intra y extramatemáticos
Ítem 10	...introducir a los estudiantes en los principales procedimientos de demostración, razonamientos deductivos, para alcanzar los resultados teóricos fundamentales
Ítem 11	...contribuir a que los alumnos desarrollen habilidades y destrezas que les permitan resolver problemas de la vida cotidiana.

Fuente: Elaboración personal

En la Tabla 17 se muestran las valoraciones de los profesores que han participado del estudio con relación a los ítems 8, 9, 10 y 11.

Tabla 17

Porcentajes de profesores según el propósito más importante de la Matemática

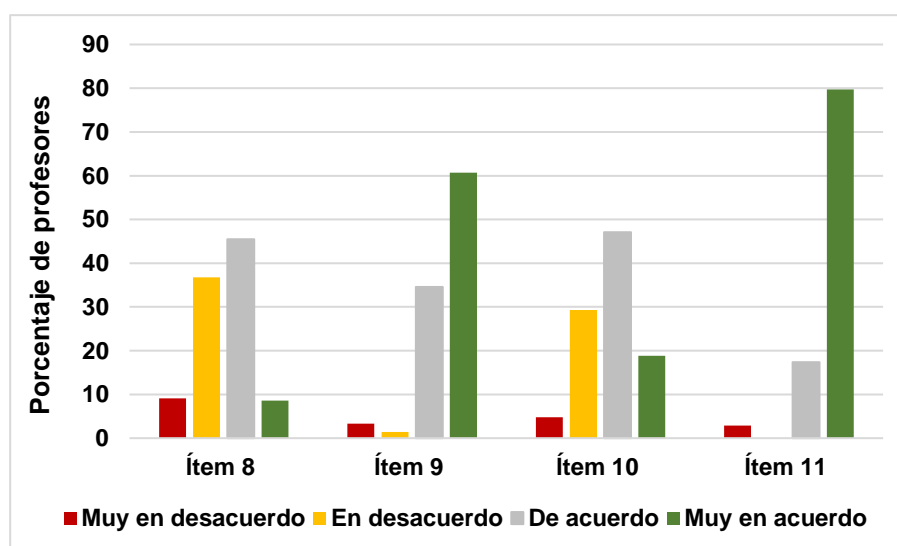
Valoración	Ítem 8	Ítem 9	Ítem 10	Ítem 11
Muy en desacuerdo	9,1	3,3	4,8	2,9
En desacuerdo	36,8	1,4	29,3	0
De acuerdo	45,5	34,6	47,1	17,4
Muy en acuerdo	8,6	60,7	18,8	79,7
Total	100	100	100	100

Fuente: Elaboración personal

Así mismo la Figura 13 permite visualizar tanto en el ítem 9, que reporta como propósito principal el desarrollar estrategias para la resolución de problemas intra y extramatemáticos, como en el ítem 11, que releva como propósito principal contribuir a que los alumnos desarrollen habilidades y destrezas que les permitan resolver problemas de la vida cotidiana, altos niveles de acuerdo.

Figura 13

Porcentajes de profesores según la valoración de cada ítem



Fuente: Elaboración personal

Al agrupar las valoraciones, de acuerdo y muy de acuerdo se observa que casi la totalidad de los profesores que participaron están de acuerdo con que la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico debe contribuir a que los alumnos desarrollen habilidades y destrezas que les permita resolver problemas de la vida cotidiana y 9 de cada 10 concuerda de la importancia de promover estrategias de resolución de problemas intramatemáticos y extramatemáticos. Si hacemos foco en la formación de estas tasas de acuerdo encontramos diferencias, ya que, para el ítem 11 el porcentaje de profesores que están muy de acuerdo (79,7%) cuadriplica a los que están de acuerdo (17,4%) mientras que en el ítem 9 el porcentaje de profesores que están muy de acuerdo (60,7%) se próxima al doble de los que están de acuerdo (34,6%).

6.2.2 Los procesos generales que debería tener en cuenta el profesor cuando planifica y propone actividades para sus estudiantes

Los procesos generales sobre los que se interrogó a los docentes son: pensar y razonar, argumentar, comunicar, modelar, plantear y resolver problemas, representar, utilizar el lenguaje simbólico, formal y técnico y las operaciones, y usar herramientas y recursos, sobre los que se sustenta la alfabetización matemática. Los Ítems 12, 13, 14, 15 y 16, del cuestionario, refieren a procesos que promueven en los estudiantes una forma de entender la Matemática, en la que el acento está en la enseñanza a través de la resolución de problemas y en la comprensión de los conceptos matemáticos puestos en juego en una variedad de contextos que potencian aprendizajes significativos. Mientras tanto los Ítems 17 y 18, del cuestionario, ponen su foco en los algoritmos y las definiciones matemáticas que promueven el trabajo en problemas intramatemáticos (OCDE, 2006, p. 40).

La Tabla 18 muestra los procesos generales y la valoración sobre los que los docentes que participaron de la encuesta expresaron su opinión.

Tabla 18

Valoración de los procesos generales. En porcentaje

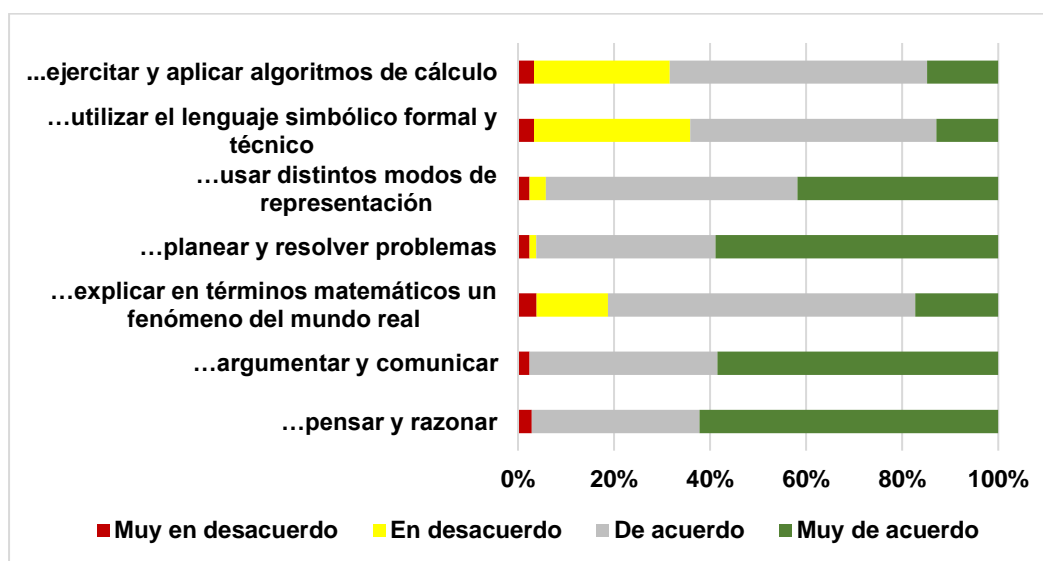
	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
Ítem 12: pensar y razonar	2,9	0	34,9	62,2
Ítem 13: argumentar y comunicar	2,4	0,0	39,1	58,5
Ítem 14: explicar un fenómeno del mundo real	3,8	14,9	63,9	17,3
Ítem 15: planear y resolver problemas	2,4	1,4	37,3	58,9
Ítem 16: usar distintos modos de representación	2,4	3,4	52,4	41,8
Ítem 17: utilizar el lenguaje simbólico y técnico	3,3	32,5	51,2	12,9
Ítem 18: ejercitar y aplicar algoritmos de cálculo	3,3	28,2	53,6	14,8

Fuente: Elaboración personal

Del mismo modo, la Figura 14 permite visualizar los procesos con mayor valoración, según la opinión de los profesores, pensar y razonar, argumentar y comunicar y planear y resolver problemas y por el contrario los que cuentan con menor valoración positiva son ejercitar y aplicar algoritmos de cálculo y utilizar el lenguaje simbólico formal y técnico.

Figura 14

Procesos generales que tienen en cuenta los docentes cuando planifican



Fuente: Elaboración personal

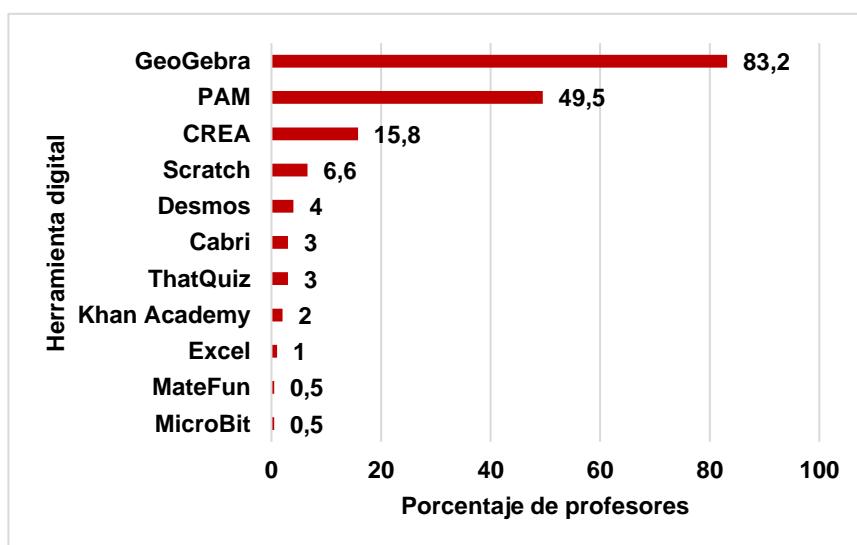
En síntesis, en este apartado se presentaron los resultados de dos análisis, a) las concepciones docentes sobre el propósito principal de la enseñanza de la Matemática y b) las valoraciones de los docentes respecto a los procesos generales que deben tener en cuenta cuando planifica actividades para sus estudiantes. Se constató que casi la totalidad de los docentes consideran que la enseñanza de la Matemática debe contribuir a que los alumnos desarrollen habilidades y destrezas que les permita resolver problemas de la vida cotidiana y 9 de cada 10 entiende que debería promover estrategias de resolución de problemas intra y extramatemáticos. Así mismo estos docentes entienden que las actividades deben priorizar la promoción de procesos como pensar, razonar, argumentar, comunicar, planear y resolver problemas.

6.3 Herramientas digitales que los profesores utilizan para promover la Modelación Matemática

La búsqueda por describir las preferencias con relación a los softwares y plataformas utilizadas por los docentes para la enseñanza de la Matemática medidas con tecnología digital nos permitió constatar, del mismo modo que lo señalan Rodríguez Zidán et al. (2015), que el software preferido por los profesores es GeoGebra (8 de cada 10 docentes lo utilizan) y que la mitad de los docentes utilizan la Plataforma PAM. La Figura 15 muestra además el porcentaje de predilección de otras herramientas digitales.

Figura 15

Uso de herramienta digital para la enseñanza de la Matemática. En porcentaje.

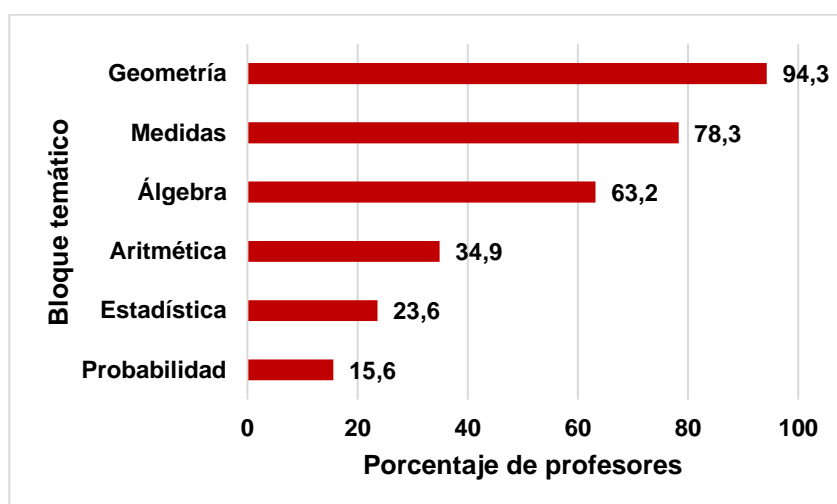


Fuente: Elaboración personal

Por otra parte, se realizaron análisis desagregados de los dos softwares que más emplean los profesores para la enseñanza (GeoGebra y PAM), para conocer en que bloques temáticos son más utilizados. En la Figura 16, que presentamos a continuación, es posible observar que casi la totalidad de los docentes utiliza GeoGebra para el trabajo en Geometría y 8 de cada 10 para el trabajo en el bloque temático Medidas. En el otro extremo se advierte un uso muy bajo tanto para las actividades de Probabilidad como las de Estadística.

Figura 16

Uso de GeoGebra según bloques temáticos. En porcentaje



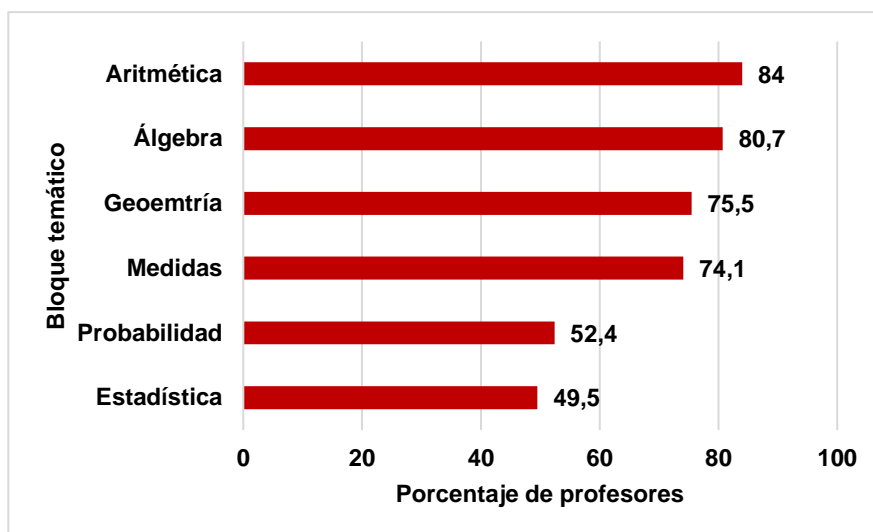
Fuente: Elaboración personal

Sin embargo, al realizar el mismo análisis para la Plataforma PAM se observó un mayor uso para las actividades de Aritmética y Álgebra, 84% y 80,7% respectivamente. Si bien el uso para actividades relativas a datos y azar siguen estando relegadas, con relación a la misma Plataforma, cuando se compara su uso con relación a GeoGebra se observa que la usabilidad se intensifica para los bloques temáticos de Estadística y Probabilidad.

La Figura 17 muestra las preferencias de los docentes respecto al uso de PAM según los bloques temáticos.

Figura 17

Uso de PAM según bloques temáticos. En porcentaje



Fuente: Elaboración personal

6.4 Actividades de enseñanza basadas en Modelación Matemática

Con el propósito de conocer la frecuencia con que los profesores de Matemática que participaron del estudio utilizan la tecnología digital, en sus aulas, para modelar situaciones, se utilizó una pregunta cerrada con una escala tipo Likert de 4 opciones de respuesta: 1 – nunca, 2 – algunas veces al año, 3 – algunas veces al mes y 4 – todas las semanas. En la Tabla 19 se presentan los resultados del análisis de la pregunta, ¿con qué frecuencias desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales?

Tabla 19

Frecuencia con que desarrollan actividades que promueven la MM. En porcentajes

Categorías	DGES	DGETP	Privados	Total
Nunca	6,7	7,9	2,9	6,1
Algunas veces al año	31,7	28,1	36,8	30,7
Algunas veces al mes	43,8	50,6	47,1	45,9
Todas las semanas	17,8	13,4	13,2	17,5
Total	100	100	100	100

Fuente: Elaboración personal

Casi la mitad de los docentes señala que utilizan herramientas digitales algunas veces al mes para realizar actividades que promueven la MM. Además 2 de cada 10 profesores utilizan toda la semana herramientas digitales con dicho fin. En el otro extremo el 6,1% de los docentes que participaron de la encuesta, si bien utilizan software en la clase de Matemática, no lo hacen con el propósito de promover la modelación en el aula.

Para lograr un mayor entendimiento respecto a la frecuencia con que los docentes utilizan herramientas digitales en el aula, se llevaron adelante estudios buscando la existencia o no de correlación de esta variable con otras variables independientes como: grupo etario, género, experiencia docente, tipo de gestión de la institución, tipo de institución, titulación docente y formación en posgrados. A continuación, se presentan los resultados de los cruces realizados.

6.4.1 Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según grupo etario

Se buscó determinar si existe relación entre la frecuencia con que los profesores de Matemática llevan adelante actividades con tecnología digital y la edad de los profesores. Esto condujo a formular la siguiente hipótesis: “Existe relación entre la edad de los profesores de Matemática y la frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la MM”

Para establecer si existe asociación, se agruparon las edades de los profesores en tres grupos etarios a los que se denominó: profesores jóvenes, profesores maduros y profesores experimentados. Los profesores jóvenes tienen entre 18 y 33 años, los maduros entre 34 y 50 años y los experimentados tienen 51 o más años. Por su parte, la frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales se agrupó en tres categorías, según la asiduidad con que la utilizan; nunca o algunas veces al año, algunas veces al mes y todas las semanas. A continuación, presentamos la Tabla 20 que recoge los porcentajes de los docentes que utilizan tecnología digital para modelar según los grupos etarios definidos.

Tabla 20

Uso de herramientas digitales para promover la MM según grupo etario. En porcentajes

	Grupos etarios			Total
	Profesores jóvenes: 18 a 33 años	Profesores de maduros: 34 a 50 años	Profesores experimentados: de 51 y más años	
Nunca o algunas veces al año	44,5	22,6	34,2	34,0
Algunas veces al mes	37,8	57,2	39,5	45,8
Todas las semanas	17,7	20,2	26,3	20,2
Total	100,0	100,0	100,0	100,0

Fuente: Elaboración personal

Aproximadamente 8 de cada 10 (77,4%) profesores maduros manifiestan hacer uso de tecnología digital para desarrollar actividades que promueven la MM. Por otra parte, está proporción decrece levemente (65,8%) cuando se observa el comportamiento de los profesores experimentados. Este decrecimiento se hace aún más notorio en el grupo de los profesores jóvenes (55,5%).

Como se puede apreciar en la Tabla 20, en el grupo etario de los profesores jóvenes existe una mayor frecuencia a nunca utilizar o utilizar algunas veces al año actividades que promuevan la MM con tecnología digital (44,5%), en cambio en el grupo de profesores maduros un poco más de la mitad de los docentes (57,2%) se muestran afines a utilizar software algunas veces al mes para promover la resolución de problemas contextualizados.

Al focalizar en el grupo de profesores experimentados, encontramos que las frecuencias que representan la asiduidad con que los profesores utilizan tecnología digital para la promoción de MM se divide en tres grupos con frecuencias similares. Si bien la Tabla 20 de contingencia proporciona, a partir de su interpretación, variada información, para determinar si existe o no relación entre la variable dependiente, “frecuencia con la que desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la MM” y la variable independiente “grupo etario” se utilizó el coeficiente estadístico chi-cuadrado de Pearson (χ^2) que mide la distancia que hay

entre los valores reales de frecuencia de ambas variables y los valores que tendrían estas frecuencias si no hubiese ninguna relación entre ambas variables, es decir si fueran independientes.

Realizado el estudio con el software SPSS se obtuvo como resultado que, $\chi^2(4, N = 212) = 11,02$ y con un p valor menor a 0,05 ($p = ,026$), por lo que se pudo afirmar que existe una asociación significativa entre ambas variables. El lector interesado podrá encontrar, la tabla de contingencia que recogen los valores de chi-cuadrado, el p valor y otros estadísticos como la razón de verosimilitud y la asociación lineal por lineal en el apartado destinado a los Anexos (ver Anexo 13, p. 309).

Con el fin de caracterizar la asociación entre la variable dependiente e independiente intervinientes en la prueba y por tratarse de variables ordinales se utilizó el estadístico Gamma que nos permitió determinar la intensidad y el sentido de la asociación. El valor de Gamma ($\Gamma = ,192$), para este estudio, corresponde a una asociación baja (Sierra Bravo, 2014) y el sentido de la asociación es directo, es decir que cuando aumenta la edad de los profesores que participaron del estudio también aumenta la frecuencia con que estos utilizan herramientas digitales para promover situaciones de modelado (ver Anexo 13, p. 309).

Por último, se buscó medir el nivel de predicción que tiene la variable independiente “grupo etario” sobre la variable frecuencia de uso a través del estadístico d de Somers. La determinación de este parámetro tiene como objetivo saber si a partir del conocimiento del grupo etario al que pertenece el profesor podemos predecir su frecuencia de uso, es decir si el uso que hace de la tecnología digital para promover situaciones de modelación es nunca o algunas veces al año, algunas veces al mes o todas las semanas. Se obtuvo un valor para el parámetro $d = ,124$ que corresponde a un nivel bajo de predicción (Sierra Bravo, 2014). En el apartado de Anexos se presenta la Tabla 41, que recogen el valor de d de Somers simétrico y otros estadísticos (ver Anexo 13, p. 309).

En síntesis, a partir de prueba de hipótesis concluimos que existe relación entre la edad de los profesores de Matemática y la frecuencia con que desarrollan actividades con

herramientas digitales para promover la MM. Además, podemos afirmar que la asociación entre ambas variables (frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales y grupo etario) es baja y el sentido de la asociación es directo con una predicción baja de una variable sobre la otra.

6.4.2 Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según experiencia docente

Seguidamente se presentan los resultados de los estudios realizados con el objetivo de realizar la prueba de hipótesis referida a la siguiente afirmación: “La experiencia de los docentes para el trabajo de clase esta correlacionada con la frecuencia con que los docentes llevan adelante actividades con tecnología digital para promover la MM”.

Para este estudio, se agruparon los años de experiencia para la docencia en tres grupos: menor o igual a 10 años de experiencia de trabajo como profesor de Matemática, de 11 a 24 años y 25 o más años de trabajo. Por otra parte, para la frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales se mantuvo la misma escala de tres puntos, definida para el cruce con la variable grupo etario, es decir: nunca o algunas veces al año, algunas veces al mes y todas las semanas.

Se obtuvo como resultado, $\chi^2(4, N = 212) = 13,277$, con un p valor menor a 0,05 ($p = ,010$) por lo que se puede afirmar que rechazamos la hipótesis nula, es decir que las variables involucradas en el estudio son independientes, por lo tanto podemos sostener que existe una asociación significativa entre ambas variables, tal como lo señala Mazzotti (2016) en su estudio. La Tabla 46 de contingencia que recoge los valores de chi-cuadrado y el p valor se encuentra en el apartado Anexos (ver Anexo 14, p. 310).

Cabe señalar, que si bien existe relación, es pertinente mencionar que la intensidad de esta es baja, dado que el valor de Gamma ($\Gamma = ,133$) correspondiente a una asociación baja (Sierra Bravo, 2014) y el sentido de la asociación es directo, es decir que cuando aumenta la experiencia de los profesores que participaron del estudio también aumenta la frecuencia con que estos utilizan herramientas digitales para promover la MM (ver Anexo 14, p. 310).

Por otra parte, se realizó el cálculo del estadístico d de Somers. Se determinó que el valor de este estadístico es $d = ,084$, que desde los planteos de Sierra Bravo (2014) debe ser interpretado como un bajo nivel de predicción de una variable sobre la otra (ver Anexo 14, p. 310).

En síntesis, a partir de la prueba de significancia podemos inferir que efectivamente la experiencia de los docentes para el trabajo de clase esta correlacionada con la frecuencia con que los docentes llevan adelante actividades con tecnología digital para promover la MM. Del mismo modo que se realizó en la sección que antecedió a esta, se realizó el cálculo de los parámetros Gamma y d de Somers y a partir de sus valores podemos afirmar que las variables (frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales y experiencia docente) tienen una asociación baja y que el nivel de predicción de una variable sobre la otra es bajo.

6.4.3 Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según estudios de posgrado

A partir de la prueba de hipótesis realizado con el estadístico Chi-Cuadrado de Pearson se confirmó la hipótesis: “Es posible que haya relación entre la formación de los docentes en posgrados y la frecuencia con que desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la modelación de problemas”.

Para este estudio, la variable formación en posgrados se agrupó, según la respuesta de los docentes en tres categorías a partir de si tienen o no posgrado y su especificidad en: no tengo, diploma de especialización y maestría. Por otra parte, para la frecuencia con que los docentes desarrollan actividades con herramientas digitales se mantuvo la escala de tres puntos: nunca o algunas veces al año, algunas veces al mes y todas las semanas.

La prueba permitió constatar que, $\chi^2(4, N = 212) = 19,839$ y con un p valor menor a 0,05 ($p = ,001$) por lo que se puede afirmar que ambas variables son dependientes, es decir existe una asociación significativa entre ambas (ver Anexo 15, p. 311).

Cabe señalar, que la relación es moderada (Sierra Bravo, 2014) dado que el valor de Gamma que se obtiene es $\Gamma = ,431$ y el sentido de la asociación es directo, es decir que cuando aumenta la formación en posgrado de los profesores que participaron del estudio también aumenta la frecuencia con que estos utilizan herramientas digitales para promover la MM. Asimismo se determinó un valor del estadístico $d = ,190$ que nos indica que el nivel de predicción de una variable sobre la otra es bajo (Sierra Bravo, 2014) (ver Anexo 15, p. 311).

En síntesis, a partir de las pruebas realizadas en esta sección podemos afirmar que efectivamente la formación de los docentes en posgrados esta moderadamente correlacionada con la frecuencia con que los docentes llevan adelante actividades con tecnología digital para promover la MM.

Paralelamente a estos estudios se realizaron otras pruebas de hipótesis que involucraron la variable, frecuencia con la que los profesores de Matemática desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la MM con las variables independiente: género, tipo de gestión, tipo de institución, titulaciones docentes. Todos estos cruces nos posibilitaron concluir que las variables son independientes y por tanto que no están correlacionadas. Es decir, a partir de las hipótesis falseadas, se pudo constatar que la frecuencia con la que los docentes que participaron de este estudio despliegan actividades con tecnología digital con el objetivo de fomentar la modelación de situaciones no depende del género ni de la titulación de estos docentes.

Asimismo, en base a los datos recogidos se comprobó que la frecuencia de uso de la tecnología digital que los profesores realizan con el propósito de promover la MM, no depende de si el docente se desempeña en la Educación Media de la DGES o DGETP ni si ejerce la docencia en instituciones públicas o privadas.

La Tabla 21 recoge una descripción detallada de los cruzamientos realizados.

Tabla 21

Parámetros y tipo de asociación de las pruebas de hipótesis realizados

Variable independiente	χ^2	Significación (p valor)	Gamma	d de Somers	Tipo de asociación
Grupo Etario	11,091	,026	,192	,124	Próxima a moderada
Género	5,940	,051	-	-	No hay
Experiencia docente	13,277	,001	,133	,084	Baja
Tipo de gestión	2,729	,604	-	-	No hay
Tipo de institución	1,725	,153	-	-	No hay
Titulación docente	1,650	,438	-	-	No hay
Estudios de posgrado	19,839	,001	,431	,190	Moderada

Fuente: Elaboración personal

En suma, la frecuencia con que los profesores despliegan actividades con tecnología digital que promueve la MM aumenta con: a) la edad de los profesores que participaron del estudio; b) la experiencia que tienen para el desempeño de su función docente y c) su formación en posgrado. Es decir, a partir de las pruebas de significancia realizadas podemos afirmar que los grupos de docentes maduros y experimentados son los que utilizan con mayor frecuencia las herramientas digitales para la promover la modelación de situaciones problemáticas.

En el mismo sentido, se constató que los profesores más experimentados, para la función docente, emplean las tecnologías con mayor asiduidad que aquellos docentes que tienen menos de 10 años de experiencia para la tarea, hallazgo que coincide con Mazzotti (2016).

Asimismo, una mayor formación de los docentes en posgrados incide moderadamente en la frecuencia con que los docentes utilizan las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática y en particular para la promover la MM.

6.5 Habilidad digital para promover la MM

Cómo se explicó en el apartado de decisiones metodológicas, hemos definido la variable habilidad digital para promover la MM, para tener una medida de la aptitud de los profesores para utilizar la tecnología digital en pos de favorecer actividades de enseñanza de la Matemática que fomenten los modelos matemáticos.

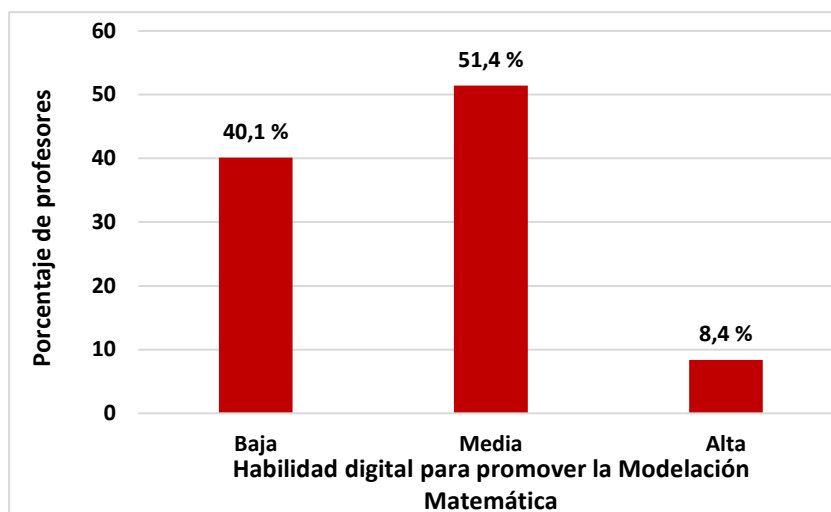
Con esta variable se formularon seis hipótesis que se presentan a continuación: a) la habilidad digital para promover la MM podía estar correlacionada con el grupo etario; b) la habilidad digital para promover la MM podía estar determinada por el género de los profesores; c) es posible que haya relación entre la experiencia docente y la habilidad digital para promover la MM; d) la titulación del docente podría estar determinando la habilidad digital para promover la MM; e) la habilidad digital para promover la MM podía estar determinada por el tipo de gestión de la institución en la que se desempeña el docente y f) es posible que haya relación entre la habilidad digital para promover la MM y la formación en posgrados de los docentes.

Cómo ya se señaló en el segundo apartado de este estudio el índice, adopta valores que fueron segmentados en tres niveles asociados a la “habilidad digital para promover la MM”. Los niveles de habilidad definidos fueron: habilidad digital baja, media y alta según los valores del índice varíen en el intervalo $[1, 2]$, $(2, 3]$ y $(3, 4]$ respectivamente.

Los resultados del estudio realizado para este índice se muestran en la Figura 18, donde se puede apreciar que la mitad de los profesores que participaron de la investigación muestran niveles de habilidad digital para la promoción de la MM media y 4 de cada 10 docentes presentan una habilidad digital baja.

Figura 18

Habilidad digital para promover la MM



Fuente: Elaboración personal

A continuación, presentamos las pruebas de hipótesis realizadas y los parámetros obtenidos que comprueban el valor de verdad de las hipótesis c), e) y f).

6.5.1 Habilidad digital para promover la MM según experiencia docente

Para este estudio, se determinó el valor de chi-cuadrado y el p valor ($\chi^2(4, N = 212) = 11,900$ y $p = ,018$), que permitió afirmar que existe relación entre la experiencia docente y la habilidad digital para promover la MM. Asimismo se constató que si bien existe asociación, está es inversa y baja ya que $\Gamma = -,042$ y el valor del parámetro d de Somers arroja un nivel de predicción es bajo d de Somers = $-,026$ (ver Anexo 16, p. 312).

Es decir, a partir de la prueba de hipótesis realizada podemos concluir que la habilidad docente para promover la MM esta correlacionada con experiencia de los docentes para el trabajo en el aula. Asimismo, la relación que hay entre las dos variables es inversa, es decir los docentes más experimentados son los que tienen menor habilidad para la promoción modelos matemáticos para resolver situaciones problemáticas.

6.5.2 Habilidad digital para promover la MM según tipo de gestión de la institución en la que se desempeña el docente

De igual manera que se hizo en la sección anterior, se estudió la posible asociación de la variable habilidad digital para promover la MM y tipo de gestión de la institución en la que se desempeña el docente. En el apartado destinado a los anexos el lector interesado podrá encontrar la Tabla 55 en la que se presenta el valor de chi-cuadrado y el p valor ($\chi^2(4, N = 212) = 23,047$ y con un p valor, $p = ,000$), que permite afirmar que existe asociación entre las variables consideradas (ver Anexo 17, p. 313).

En este caso por tratarse de un estudio que considera una variable nominal y otra ordinal, los parámetros para estudiar la fuerza de la asociación y el nivel de predicción de las variables son V de Cramer y Lambda. El valor de *V de Cramer* = ,233 que corresponde a una asociación que se aproxima a moderada y el valor del parámetro Lambda es, $\lambda = ,029$ que indica un valor de predicción moderado (Sierra Bravo, 2014) (ver Tabla 56 y Tabla 57 en el Anexo 17, p. 313).

En suma, la habilidad digital para promover la MM esta correlacionada con el tipo de gestión de la institución en la que se desempeña el docente. Los docentes que se desempeñan exclusivamente en instituciones privadas muestran una mayor habilidad digital para promover la modelación en el aula a través de la elaboración de materiales didácticos digitales, el uso de actividades mediadas con tecnología digital para resolver situaciones problemáticas y la utilización del software GeoGebra para promover procesos de visualización, exploración, experimentación y modelación.

6.5.3 Habilidad digital para promover la MM según estudios de posgrado

Por último, se constató que la habilidad digital para promover el uso de modelos aumenta cuando es mayor la preparación en estudios de posgrados de los docentes. A partir de los estudios realizados con el programa SPSS, el valor de chi-cuadrado y el p valor obtenidos fueron; ($\chi^2(4, N = 212) = 14,195$ y $p = ,007$), que permite afirmar que existe asociación entre las variables consideradas. Asimismo se determinó el valor de gamma, $\Gamma = ,523$ que resultó próximo a valores que indican una de asociación alta y el parámetro d de Somers

presenta un nivel de predicción próximo a moderado $d \text{ de Somers} = ,229$ (ver Anexo 18, p. 314).

De acuerdo con lo antes expuesto, podemos afirmar que la habilidad digital para la promoción de la MM se incrementa en la medida que los profesores se forman en estudios de posgrados, como diplomas y maestrías.

Las restantes pruebas de hipótesis que involucran la habilidad digital para promover la MM con otras variables (grupo etario, género, subsistemas de la ANEP y titulación docente) permitieron comprobar que no existe asociación entre las variables. Es decir, a partir de las hipótesis falseadas, parecería que las capacidades de los profesores para utilizar el conocimiento matemático y la tecnología digital en pos de promover actividades de modelación no depende de la edad ni del género de los docentes. Actividades como, elaborar recursos educativos digitales para resolver situaciones problemáticas, utilizar recursos digitales que descargo de un sitio Web y emplear el software GeoGebra para proponer actividades que implican modelar situaciones o fenómenos, serían desplegadas por docentes de Matemática de cualquier edad y género.

Asimismo, en base a los datos recogidos de los docentes que han participado del estudio, hemos podido constatar que su habilidad para utilizar tecnología digital que permita promover la modelación no depende de si el docente se desempeña en la Educación Media de la DGES o DGETP ni si a ha obtenido su título de profesor para el ejercicio de la docencia.

A continuación, presentamos en forma resumida una descripción detallada de los cruzamientos realizados.

Tabla 22

Parámetros y tipo de asociación de las pruebas de hipótesis realizados

Variable independiente	χ^2	Significación (p valor)	Gamma / V de Cramer	d de Somers / Lambda	Tipo de asociación
Grupo Etario	3,767	,438	-	-	No hay
Género	3,205	,201	-	-	No hay
Experiencia docente	11,900	,018	-,042	-,026	Baja
Gestión de la institución	23,047	,000	,233	,029	Baja
Subsistema de ANEP	,787	,675	-	-	No hay
Titulación docente	,89	,95	-	-	No hay
Posgrado	14,195	,007	,523	,229	Moderada

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

En síntesis, la habilidad digital para promover la MM disminuye con la experiencia docente, es decir el grupo de docentes con menos de 10 años de desempeño en la tarea para la docencia muestran tener mayor habilidad digital para fomentar la modelación de situación problemáticas en sus prácticas de enseñanza. Estos docentes están más habituados a elaborar materiales didácticos digitales, impulsan entre sus estudiantes prácticas de vinculadas al uso de actividades mediadas con tecnología digital para resolver problemas y utilizar el software GeoGebra para favorecer procesos constitutivos de la modelación como la visualización, exploración y experimentación.

De igual modo, los elementos antes señalados constitutivos de la habilidad digital para promover la MM se incrementa con la formación en posgrados de los docentes y es mayor en aquellos docentes que se desempeñan en instituciones privadas.

CAPÍTULO 7: TESTIMONIOS Y SIGNIFICADOS DEL PROFESORADO

La esencia misma de los testimonios docentes, recabados a partir de las entrevistas hizo de su análisis una tarea compleja que implicó grandes desafíos como investigador. Debimos procesar e interpretar grandes volúmenes de información que procedieron de sus relatos, pero atendiendo a los referentes y constructos que hemos desarrollado en el marco teórico, así como a los trabajos empíricos que han servido como antecedentes a nuestro estudio. Todo esto supuso un trabajo sistemático de reflexión continua, con el propósito de develar elementos emergentes y controversias que subyacen en los discursos de los docentes, así como permitió la búsqueda del sentido que le atribuyen al uso de la tecnología digital para la enseñanza de la Matemática y en particular de la modelación.

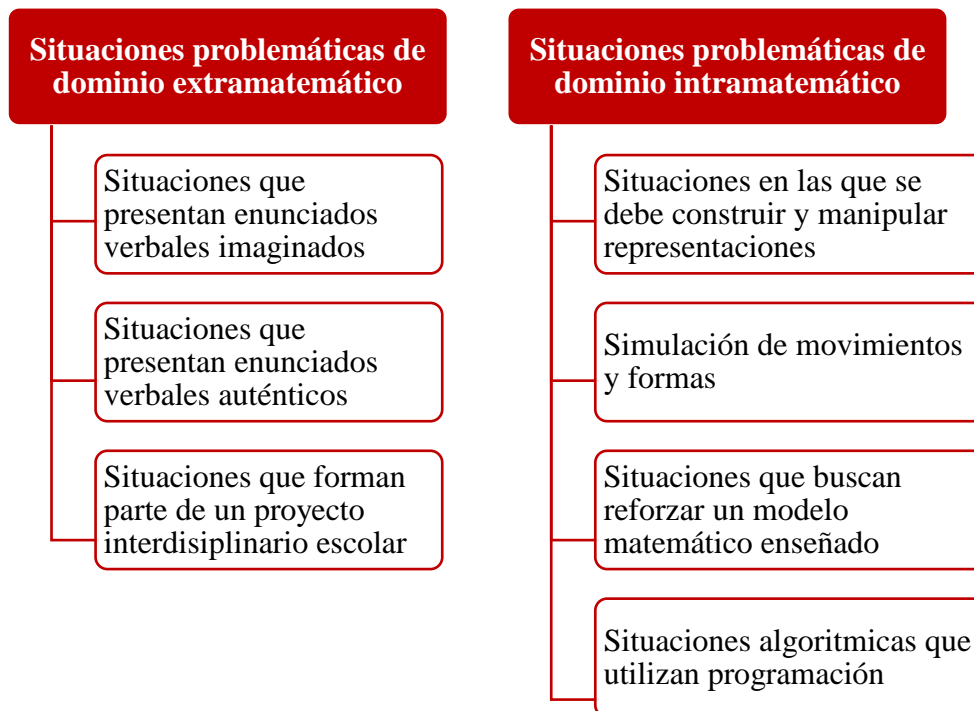
7.1 Entrevistas en profundidad

A través del diálogo mantenido con los profesores de Matemática, que participaron de la entrevista en profundidad, se consiguió evidencias respecto a tres grandes dimensiones que fueron diseñadas a partir de la formación de una red de categorías interpretativas y explicativas (Miles & Huberman, 1994). Las categorías quedaron conformadas por: a) tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales con las que se promueve la modelación; b) habilidades cognitivas que promueven las herramientas digitales para la resolución de situaciones problemáticas y c) mapeo de los recursos tecnológico que utilizan. Estas tres dimensiones se codificaron como D1, D2 y D3 respectivamente y serán desarrolladas en las siguientes secciones de este trabajo.

Asociadas a la dimensión relativa a los tipos de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales, la misma quedó determinada por dos categorías: las actividades que involucran situaciones problemáticas de dominio extramatemático y aquellas centradas en situaciones problemáticas de dominio intramatemático. Estas dos categorías a su vez quedaron conformadas por siete subcategorías que emergen de las narrativas de los entrevistados. La Figura 19 muestra las dos categorías y las siete subcategorías que conforman la dimensión: tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales con las que se promueve la modelación.

Figura 19

Dimensiones y subdimensiones que han servido para caracterizar los tipos de tareas que utilizan los docentes con herramientas digitales en el aula de Matemática



Fuente: Elaboración personal

Por otra parte, la dimensión habilidades cognitivas se formó a partir de 11 subcategorías que hemos articulado con las actividades del dominio extramatemático e intramatemático. A continuación, realizamos un listado de las subcategorías que emergen de los relatos de los docentes, pero se profundizará en ella en la siguiente sección. Se constataron las siguientes subcategorías asociadas a las habilidades cognitivas: a) explorar y experimentar; b) investigar en internet previamente un problema para comprenderlo y simplificarlo; c) reforzar algoritmos de cálculo y modelos aprendidos; d) comprobar (control y verificación); e) calcular y estimar soluciones numéricas; f) utilizar representaciones algebraicas; g) encontrar representaciones gráficas a partir de información proporcionada; h) visualizar; i) formular conjeturas a partir de relaciones; j) simular y k) primeros acercamientos a la demostración matemática.

Por último, la dimensión, recursos tecnológicos, quedó asociada a las subcategorías: a) software de Geometría Dinámica; b) Tablas dinámicas; c) CAS - Sistemas de álgebra

computacional; d) Programación y e) Plataformas, las que han contribuido a caracterizar las estrategias de enseñanza que despliegan los profesores de Matemática para promover los modelos matemáticos. Las dimensiones, categorías y subcategorías fueron codificadas con la letra D_i , C_i y SC_i respectivamente, donde el subíndice i indica el número de cada una de ellas.

A medida que el lector avance en este capítulo, encontrará algunos pasajes de narrativas de los entrevistados, que nos han permitido dar cuenta de las subcategorías y categorías diseñadas. Con el propósito de facilitar su identificación, en la transcripción de la entrevista, se ha utilizado la codificación que pasamos a detallar. Si el segmento discursivo que se quiere citar corresponde al entrevistado Roberto (nombre de fantasía), y se encuentra ubicado en la página 7, entre las líneas 23 y 31, de la transcripción correspondiente, al término de esta escribiremos (Roberto, p. 7, 23-31).

7.1.1 Tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales que promueven la MM

A partir de las respuestas a las preguntas formuladas en la sección A del guion de entrevista con las que se buscó explorar las creencias que los docentes tienen sobre la enseñanza de la Matemática y el uso de herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas hemos podido caracterizar el tipo de actividades que proponen los docentes con tecnología digital.

Los relatos de los docentes nos han permitido constatar siete tipos de actividades con objetivos, alcances y limitaciones que han posibilitado la diferenciación.

Las afirmaciones de los docentes cuando explican y ejemplifican la forma en que utiliza las herramientas digitales hacen visibles sus creencias en relación con el uso de la tecnología para la enseñanza de la Matemática. De ahí pueden inferirse dos grandes categorías de actividades que desarrollan con tecnología digital, las que involucran situaciones problemáticas de dominio extramatemático y las que se focalizan en problemas del dominio intramatemático.

La categoría de problemas del dominio extramatemático quedó conformada al asociar tres subcategorías, que presentan situaciones con las siguientes características: a) proponen enunciados verbales imaginados, b) introducen enunciados verbales auténticos y c) forman parte de un proyecto interdisciplinario escolar.

Los problemas de enunciados verbales imaginados evocan aspectos imaginados sin que vinculen necesariamente contextos cercanos a la experiencia cotidiana del estudiante (Maaß, 2010). Esta perspectiva se hace explícita cuando se interrogó a los docentes por actividades en las que modeliza alguna situación y describe una actividad imaginada. Los ejemplos dados a conocer por Roberto y Braulio fueron extraídos de su trabajo con la plataforma Desmos en el que los estudiantes luego de ver un video pueden interactuar con una vista gráfica o algebraica para solucionar el problema.

(...) les muestro el video de un perro explotando globos, arriba a la derecha hay un temporizador y el video dura tantos minutos, pero a los 3 segundos el video se corta, al cabo de esos 3 segundos el perro explotó x cantidad de globos y lo que les pido a los alumnos es ver al cabo de 30 segundos, si ellos puedan decirme que cantidad de globos explotó el perro (Roberto, p. 2, 91-97).

(...) el video muestra un dibujo de un círculo y dentro de ese círculo muestran un mano que empieza a apilar monedas lo que tienen que hacer los alumnos, es ver cuantas monedas ellos creen que van a poder entrar en un círculo de una baldosa por ejemplo. Pero el primer video no les revela nada, no les revela cuanto es el diámetro ni el ancho de la baldosa, solo les muestra la imagen del papel con un círculo dibujado y la imagen de la baldosa que se ve que es un círculo mayor al del dibujado en el papel (Braulio, p. 4, 133-140).

Este tipo de situaciones propuestas por los docentes ponen en juego la interacción entre dos mundos, el matemático y el imaginado, en ellos la noción de la realidad se cimienta en una construcción evocada por los alumnos. Al respecto Bonotto (2007) señala las limitaciones que presenta el trabajo sobre situaciones estereotípicas, además de la necesidad de incorporar

al quehacer matemático el uso de problemáticas que permitan vincular la Matemática con el contexto cotidiano de los estudiantes.

Una segunda subcategoría, que emerge de los relatos de los docentes son situaciones que evocan contextos cercanos y relacionadas con la experiencia de los alumnos. Los comentarios emitidos, por algunos profesores, revelan las decisiones adoptadas con respecto al uso de los problemas auténticos para la enseñanza de la Matemática mediada con la tecnología digital. Tal es el caso de Ana y Juna Diego, que integran GeoGebra para analizar un problema de la vida real en un contexto personal.

(...) En uno de los informes que salió en Teledoce, empezaron a hablar del R_0 y explicando que el R_0 era el número mágico (...) para describir el grado de contagio de la infección (...) mostraban mediante diagrama de árbol con dibujitos de personas como se iba expandiendo y se mencionaba que era un crecimiento exponencial. En Uruguay el R_0 entonces era 0,9. Ese informe se lo llevé a la plataforma Crea y les dije y bueno chicos vamos a llenar una tabla, vamos a analizar esta situación con GeoGebra, y empiecen a mirar el gráfico a ver porque en Uruguay puede ser un 0,9 (Ana, p. 6, 110-118).

Con esta actividad el docente posibilita una enseñanza vivencial, a partir de las posibilidades que le ofrece el entorno institucional, de los conceptos matemáticos que ella involucra, que permite verlos, manipularlos e interactuar con ellos a la vez que los estudiantes aprenden.

(...) también las utilizo para el trabajo con el Teorema de Pitágoras y el Teorema de Tales, hay diferentes herramientas como el GeoGebra que puede ayudar, puede aportar. Una actividad que trabajé y que la complementé un poquito con el GeoGebra fue el trabajo con trigonometría, donde ellos tenía que calcular la altura de árboles en el liceo y hacían las representaciones en forma digital y podían visualizar los diferentes casos más rápido en manos tiempo que si lo tenían que realizar en hoja y papel (Juan Diego, p. 2, 65-70).

Otros docentes si bien utilizan problemas que un alto componente de autenticidad no necesariamente es del entorno cercano al estudiante. Tal es el caso de Roberto, que utiliza escenas de un video juego que se encuentra en la Plataforma Desmos como disparador y contexto de la situación.

(...) les mostré un video del Super Mario del Nintendo y Súper Mario cuando tiene que terminar la pantalla él salta a una bandera, y dependiendo que tan alto esté al final de la bandera es la cantidad de puntos que recibe. (...) él saltó a una altura media del poste de la bandera y recibió 100 puntos, (...) después, continuó el video y muestra a Súper Mario saltar y en el video sale una leyenda que dice que va a saltar más alto, pero el video se corta. Entonces el objetivo es ver qué cantidad de puntos recibe por el salto en el nuevo video. (Roberto, p. 8, 165-174)

En los ejemplos planteados por Ana, Juan Diego y Roberto, se espera que los estudiantes puedan trabajar con la construcción del modelo a partir de entes o estructuras del dominio extramatemático.

Por último, la tercera subcategoría asociada a los problemas del dominio extramatemático la constituye el trabajo en proyectos interdisciplinarios, que, al tratarse de propuestas abiertas, dan lugar a la exploración y la resolución de situaciones problemáticas. Así lo señala Emma en su relato:

(...) el proyecto final del año pasado era la elaboración del dulce de leche, un proyecto que lo fuimos trabajando durante todo el año, ellos tenían que saber las propiedades, la composición, hacer cálculos, armar un presupuesto, para los que usamos tablas e hicimos cálculos en la planilla de Excel y gráficos en GeoGebra, todo eso era parte de un trabajo de Química, Física y Matemática. (Emma, p. 6, 93-97)

Este tipo de actividades abiertas permiten a los estudiantes establecer vínculos entre la Matemática y la realidad o con otras áreas del conocimiento, potencia una mirada más amplia y crítica de la Matemática y de su rol en la sociedad (Bonotto, 2007). Paralelamente permite

identificar como se puede potenciar cuando se incorpora en los procesos de indagación y resolución el uso de tecnología digital.

(...) el último tema Estadística lo hicimos a través de un proyecto y la idea era trabajar sobre la contaminación ambiental. No me entregaron un papel durante todo el proyecto. Desde el inicio compartieron el Drive lo que iban haciendo, formularon hipótesis, marco teórico, siempre desde el Drive. Ahí usamos mucho Excel para hacer planillas donde registramos los datos y luego hicimos cálculo de medidas de centralización y dispersión. Algunos alumnos utilizaron la hoja de cálculo de GeoGebra para realizar los cálculos, pero también usaron la vista gráfica para ver cómo se distribuían los puntos y buscar una recta que los aproxime, Ahí también determinamos la ecuación de esa recta en la parte algebraica. (María, pp.2-3, 67-75)

El proyecto le permitió a esta docente integrar varias áreas del conocimiento y variadas herramientas digitales para el análisis y presentación de la tarea.

La segunda categoría que se construyó, para tipificar las actividades que desarrollan los docentes con herramientas digitales, involucra situaciones problemáticas del dominio intramatemático. Los relatos de los docentes permitieron agrupar las actividades en 4 subcategorías: a) construir y manipular representaciones, b) simulación de movimientos y formas, c) reforzar un modelo matemático enseñado y d) programación algorítmica, que fueron asociadas para construir la categoría situaciones de dominio intramatemático.

Según lo expresado por profesores que afirman usar habitualmente las herramientas digitales en la clase de Matemáticas, éstas les proporciona un verdadero escenario para construir y manipular diferentes representaciones de los objetos matemáticos e interpretar resultados. Las representaciones y manipulaciones que pueden hacer a través del software se vinculan a situaciones de diferentes contextos matemáticos. Por ejemplo, Ana utiliza el deslizador de GeoGebra para el trabajo aritmético “los deslizadores de GeoGebra es una relinda herramienta para trabajar. Me acuerdo (...) haberlo usado en divisibilidad para hallar el

conjunto de divisores, vas cambiando el número y vas visualizando los divisores en una cuadrícula, de modo gráfico” (Ana, p. 11, 296-299).

Otros las utilizan para representar objetos del contexto geométrico,

(...) trabajo la parte de los puntos notables, me facilita un montón hacerlos construir a ellos y que ellos investiguen, yo tengo (...) una pauta, en la que se incluye por ejemplo las construcciones, les entrego la pauta con captura de pantalla de los pasos en GeoGebra, (...) después les mando investigar, bueno que pasa si movés tal vértice ellos ven los cambios y los invariantes. Por ejemplo, las propiedades del baricentro, las distancias del baricentro a los vértices y lados del triángulo, los hago a ellos pensar y que saquen sus propias conclusiones. (Emma, p. 4, 57-64)

Asociada a la manipulación de diferentes representaciones aparecen en los relatos de los docentes, la ventaja de contar con el arrastre de objetos cuando se utiliza GeoGebra. Este es un elemento medular de una representación dinámica Leung (2015), por las posibilidades que ofrece de conservar las condiciones iniciales con las que fue construido el objeto matemático.

(...) GeoGebra lo usamos mucho para esto que te decía para explorar alguna propiedad o para que construyen una cierta figura, limitando como las condiciones entonces se dan ese tipo de construcciones en las que vemos que si arrastro un punto las propiedades de las figuras permanecen invariantes. (Dora, p. 3, 72-75)

Todos ellos concuerdan en las posibilidades de las herramientas digitales para propiciar verdaderos escenarios para la experimentación y exploración de múltiples procesos de resolución de una situación problema. Tal como lo señala Leandro en su relato, al referirse a las diferentes estrategias desplegadas por sus alumnos de 1er año de Ciclo Básico cuando interactúan con el software GeoGebra para acercarse al concepto de mediatriz de un segmento:

(...) para ver la mediatriz, me encanta para que trabajen con la computadora y el GeoGebra en primero. Está bueno porque hacen todo tipo de cosa desde el chiquilín que te traza la circunferencia, hasta aquel que te traza un triángulo equilátero y nada más o los que te lo hacen en los dos semiplanos o aquellos que te dibujan el cuadrado y te ubican el punto medio (conociendo algunas herramientas de GeoGebra) o también te dibujan un pentágono regular el vértice que se opone a ese lado les sirve para construir la mediatriz. (Leandro, p. 6 ,218-225)

También dan cuenta del uso de GeoGebra para la representación y manipulación de objetos del contexto algebraico. Tal como lo señala Emma al utilizar diferentes sistemas de representación semiótica de la función lineal Duval (2004), (analítico, algebraico y tabular), y sus transformaciones y conversiones de un sistema en otro, promoviendo la comprensión y comunicación de los conceptos matemáticos.

(...) en segundo trabajo con la función lineal, con la función afín y la constante, (...) Trabajamos con la vista gráfica y la vista algebraica viendo los cambios que una produce en la otra. Les hago escribir la expresión algebraica y vemos la gráfica, también trabajo con los puntos desde la hoja de cálculo, hablo de imagen de preimagen, cuando el punto pertenece o no a la recta. (Emma, p. 11, 229-234)

Los ejemplos que describen Ana, Emma, Dora y Leandro hacen referencia a situaciones a la interna de la Matemática. Si bien estas actividades tienen algunos elementos comunes a las situaciones planteadas en la primera categoría, puesto que los estudiantes pueden identificar cantidades variables y constantes y a partir de ellas busca nuevas representaciones que modelen las asociaciones entre las cantidades, la diferencia radica en que tanto los problemas propuestos como los medios para solucionarlos son de naturaleza matemática.

Una segunda subcategoría de actividades la constituyó aquellas en las que los docentes declaran utilizar GeoGebra para reproducir movimientos y formas. Leandro señala la participación junto a sus alumnos del concurso de Geometría Dinámica que le provee de

problemas que promueven la reproducción y diseño de mecanismos y movimientos físicos de los objetos cotidianos. Tal como lo señala en el presente testimonio:

(...) algunos chiquilines se enganchan más, pero en general todos trabajan pila con los problemas de geometría dinámica con las animaciones y están trabajando con mucha Matemática que hay detrás de los problemas. Terminan aprendiendo mucho más de los contenidos propios que corresponden a su nivel. (Leandro, p. 7, 248-251)

También su relato es evidencia elocuente de la importancia que tiene, para este docente, el aprendizaje por descubrimiento y como surgen los conceptos a través de la necesidad de solucionar un problema determinado.

(...) Esas simulaciones de movimientos son muy ricas en el sentido de que empiezan a aparecer un montón de conceptos de la Matemática que se van descubriendo por necesidad. Como te decía muchas de las actividades del concurso de geometría dinámica los uso en clase con todos los chiquilines, como disparador para el tema de la animación, pero también porque involucran varios de los temas que vamos viendo durante el año en la clase. (Leandro, p. 8, 274-279)

Cabe señalar que este tipo de tareas requieren de la capacidad para relacionar las propiedades y conceptos matemáticos asociados al movimiento de los objetos involucrados en la situación con las herramientas de construcción de GeoGebra (Leung, 2015).

La tercera subcategoría que se construyó a partir de la identificación de actividades que realizan los profesores de Matemática con herramientas digitales que involucra situaciones problemáticas del dominio intramatemático, fueron aquellas en las que el objetivo está puesto en reforzar un modelo matemático enseñado a priori. Tal como lo señalan Braulio y Ana sobre el uso que hace de la Plataforma PAM, “en la PAM es donde he conseguido cosas que ya están armadas, estructuradas y lo que hago es unir las y dejarlas para que los estudiantes las realicen, que practiquen el tema que aprendieron” (Braulio, p. 10, 166-167).

(...) La plataforma PAM me gusta mucho lo accesible que es para todos, creo que todos los estudiantes pueden entrarle a la plataforma, interactuar con ella y algo aprender. Es un recurso que uso más para la ejercitación para la práctica o cuando quiero que después de que yo les explique, que hagan ese ejercicio para ver si entendieron o no entendieron. (Ana, p. 5, 214-218)

Si bien la opinión de los docentes es coincidente en que la fortaleza de la Plataforma PAM radica en la posibilidad que les da para la ejercitación de los temas aprendido, algunos profesores señalan como una ventaja el uso de los reportes sobre el desempeño de sus alumnos y la autocorrección de las actividades.

(...) Algunos ejercicios están con algunas explicaciones que están buenas, pero para aprender algo nuevo no lo he podido utilizar. Pero para ejercitar, para tenerlos conectados con la Matemática recordando cosas de años anteriores y después me sirve para enviar tareas. Me sirve por comodidad docente, se corrige solo, les da la devolución a los alumnos, y puedo ver informes de cómo han avanzado con las actividades, pero principalmente como ejercitación. (Carla, p. 5, 165-171)

Por último, se reunieron en una subcategoría aquellas situaciones problemáticas en las que los docentes involucran la programación por sus potencialidades para solucionar problemas a través de algoritmos. Se pudo constatar que un grupo de docentes que participaron de este estudio utilizan en el aula fundamentos básicos de la programación a partir de los que diseñan algoritmos que les permiten abordar nuevos conceptos matemáticos o reforzar los que el estudiante trae de cursos anteriores. Los relatos de los profesores dan cuenta de los softwares que utilizan para la programación: MakeCode para programas la Placa Micro: bit, Scratch, MateFun y GeoGebra script. Tal como lo señala Eduardo en su relato:

(...) con la Micro: bit hicimos una actividad que bajamos de Ceibal sobre los múltiplos de un número. Los gurises tenían que seguir los pasos para armar un programa para verificar si un número es múltiplo de otro dado. Estuvo buenísimo porque además de trabajar el contenido, me permitió trabajar la idea de variable y el

condicional si pasa tal cosa entonces ocurre tal otra, elementos propios de la Matemática. (Eduardo, p. 2, 57-61)

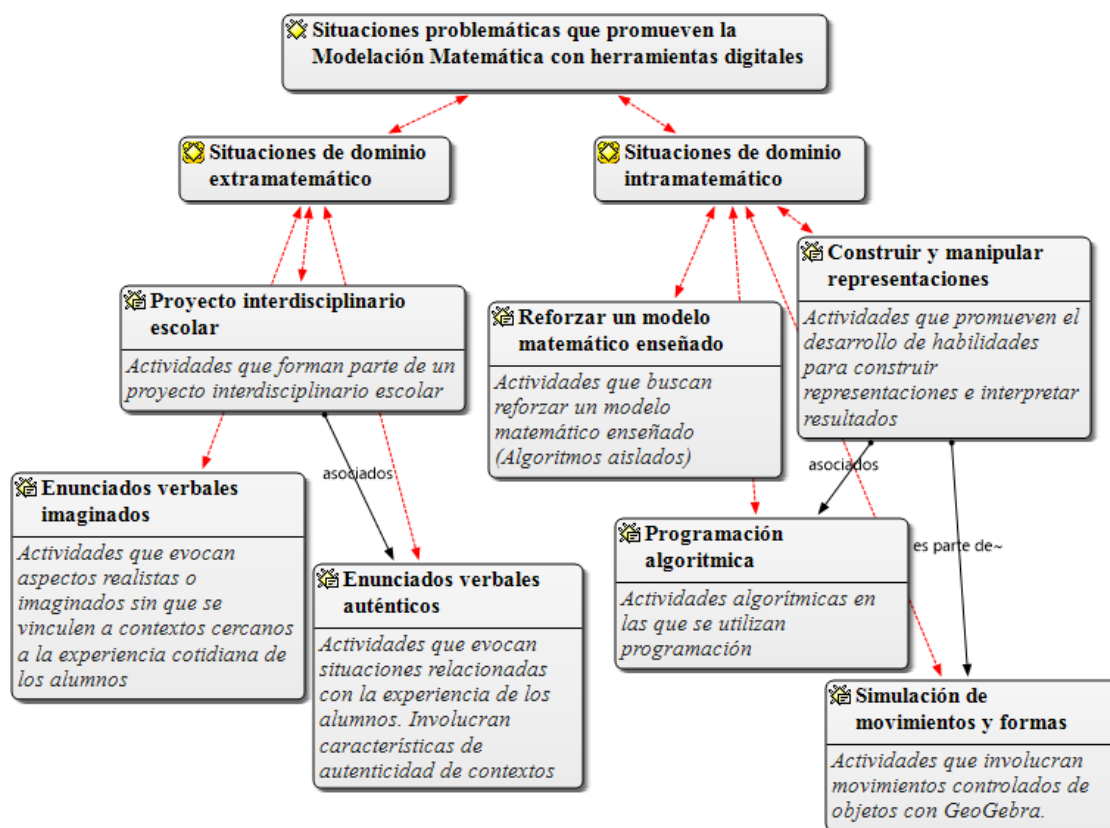
Algunos docentes mencionan el uso de la placa para promover en el aula el pensamiento computacional.

(...) me gusta mucho trabajar con la Micro: bit más que nada como tratar de llevar el pensamiento computacional a la clase, y bueno como resolución de problemas que pueden ser muy sencillos, pero en realidad toda esa parte de programación me parece que desarrolla cositas lindas en ellos, más allá de que el ejercicio sea sencillo en sí, pero es una excusa para que ellos estén ahí programando. (Ana, p. 4, 68-73)

Las categorías y subcategorías construidas y las interrelaciones entre ellas se presentan a continuación en la Figura 20 obtenida a partir de los análisis realizados con el software Atlas.Ti.

Figura 20

Red semántica de categorías y subcategorías de la dimensión tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales que promueven la MM



Fuente: Elaboración personal

En síntesis, en la Tabla 23 que presentamos a continuación, se sintetizan para la dimensión Tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales que promueven la MM, las categorías y subcategorías y los respectivos códigos utilizados.

Tabla 23

Categorías y subcategorías identificadas en las entrevistas para la dimensión D1

Dimensión	Categoría	Subcategoría
D1. Tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales que promueven la MM	C1. Situaciones problemáticas de dominio extra matemático	SC1. Situaciones que presentan enunciados verbales imaginados
		SC2. Situaciones que presentan enunciados verbales auténticos
		SC3. Situaciones que forman parte de un proyecto interdisciplinario escolar
	C2. Situaciones problemáticas de dominio intramatemático	SC4. Situaciones en las que se debe construir y manipular representaciones
		SC5. Simulación de movimientos y formas
		SC6. Situaciones que buscan reforzar un modelo matemático enseñado
		SC7. Situaciones algorítmicas en las que utilizan programación

Fuente: Elaboración personal

7.1.2 Habilidades cognitivas que promueven las herramientas digitales para la resolución de situaciones problemáticas

En la búsqueda de avanzar en el conocimiento de las estrategias de enseñanza con tecnología digital que despliegan los docentes de Matemática que participaron de este estudio, les solicitamos que nos contaran sobre experiencias de enseñanza en las que utilizaron algún recurso digital que les haya resultado de utilidad para facilitar la comprensión de los conceptos matemáticos. Los relatos de los docentes nos han permitido identificar tres grandes líneas argumentales relacionadas con las habilidades cognitivas que potencia el uso de los diferentes softwares educativos. A partir de los argumentos esgrimidos por los docentes hemos determinado las siguientes categorías para estos procesos cognitivos: a) para retener y comprender; b) para aplicar y c) para analizar y crear.

La primera categoría, resultó de agrupar una serie de habilidades (subcategorías) que buscan desarrollar los profesores de Matemática en sus aulas con el uso de la tecnología digital. Ellas son: explorar y experimentar, investigar en internet previamente un problema para comprenderlo y simplificarlo, calcular y estimar soluciones numéricas, comprobar (control y verificación) y reforzar algoritmos de cálculo y modelos aprendidos.

A continuación, vamos a presentar tales subcategorías, con los testimonios de profesores que han participado del estudio.

Asociada a la primera categoría, de habilidades cognitivas que promueven las herramientas digitales, emergió el uso de la tecnología para calcular y estimar soluciones numéricas, evitando invertir tiempo en cálculos tediosos dando lugar a la comprensión de significados de los conceptos matemáticos.

(...) Para Estadística uso la hoja de cálculo de GeoGebra antes usaba Excel, pero me gusta mucho la de GeoGebra porque en realidad es muy intuitiva y también la aprovecho cuando trabajo funciones. Me sirve pila porque vos en la misma pantalla, en las otras vistas, podes ver el gráfico de la función. Después que entendieron como se hacen las cuentas para calcular parámetros de centralización y dispersión usamos el botón de estadísticas que ya te da los parámetros y no perdemos tiempo en cálculos tediosos y ponemos las energías en entender el significado de esos parámetros. (Roberto, p. 3, 78-86)

También se señala el uso de la Plataforma PAM para la ejercitación, retener información y reforzar algoritmos de cálculo y modelos aprendidos.

(...) a la PAM la he utilizado más en primero. Las actividades que hay para primero están buenas, varias están relacionadas con lo que uno pretende hacer en el curso. Pero por otra parte también caen en una ejercitación. Si de pronto les genero series a los chiquilines, se las mando obligatoriamente de deberes, como repaso para el final de un tema, como para estudiar para el escrito. (Dora, p. 7, 213-219)

Asimismo, los docentes declaran utilizar las tecnologías digitales para la comprensión de las situaciones. En este sentido tanto la exploración como la experimentación en Matemática ayudan a dar significado a los conceptos y conocimiento matemático a través de la visualización. Tal como lo señala Atlanta en el siguiente fragmento:

(...) Una actividad que hago y me gusta y sirve pila es observar en GeoGebra que va ocurriendo con el grafico de la función cuadrática cuando variamos los coeficientes a , b y c en la expresión de la función de segundo grado. Sé que es un uso bastante elemental del GeoGebra, pero me re sirve. Me sirve mucho para que exploren y saquen conclusiones a partir de visualizar los gráficos. (Atlanta, pp.3-4, 109-113)

De igual modo, promueve la motivación por el aprendizaje, mejora la comprensión de los conceptos al tiempo que favorece el trabajo colaborativo entre los estudiantes, tal lo expuesto por Dora y Emma:

(...) cuando les pido que exploren que pasa con las propiedades de la mediatriz de un segmento, por ejemplo, vos querés que explore que pasa con los puntos que están en la mediatriz del segmento, entonces bueno ¿es el dibujo el que me importa? ¿es el trazado? Si e foco está puesto en el trazado capaz que no uso GeoGebra, pero cuando no está puesto en el trazado y lo que pretendo es que exploren, que investiguen que puedan generalizar alguna propiedad. (Dora, p. 2, 57-62)

Además, en el caso de Emma cabe destacar, como la docente tiene presente la importancia de propiciar una visión colectiva a partir de la actividad diseñada. Un aspecto muy importante asociado al trabajo en equipo es el análisis y valoraciones que realizan los estudiantes de la experiencia vivida durante el desarrollo de la tarea. La reflexión sobre la práctica elaborada es un aspecto medular de toda actividad una vez concluido el trabajo.

(...) en segundo en Geometría trabajo en equipos la parte de los puntos notables me facilita un montón hacerlos construir a ellos y que ellos investiguen, yo tengo una especie de repartido es como una pauta, en la se incluye por ejemplo las

construcciones, les entrego la pauta con captura de pantalla de los pasos con GeoGebra, (...) y después les mando investigar, bueno que pasa si movés tal vértice ellos ven los cambios los invariantes. Por ejemplo, las propiedades del baricentro, las distancias, los hago a ellos pensar y que saquen conclusiones. (Emma, p. 2, 57-64)

En la misma línea algunos docentes señalan como algunas plataformas para el aprendizaje de la Matemática puede promover en los estudiantes la motivación necesaria para el aprendizaje y mejorar las relaciones interpersonales en el aula.

(...) con los primeros a fin de año hice una encuesta como para que me evaluara a mi como habías estado el año, y una de las preguntas era que me iniciaran los tipos de actividades que más les gustaba y me señalaron los Desmos, todos me marcaron los Desmos, y al final en comentarios y sugerencias pensé que nadie me iba a indicar nada por ser primero de liceo y todos me pusieron, “seguí haciendo Desmos”, “seguí haciendo Desmos y PAM” evidentemente los motiva, les llama la atención. (Curie, p3, 81-89)

La mayoría de estos relatos colocan el acento en aspectos relacionados con la retención de los conceptos y sus potencialidades para el tratamiento de temas de estudio, evidenciando un uso instrumental de las tecnologías digitales, aunque también se señalan la importancia de su uso para la comprensión de los conceptos.

Una segunda categoría resultó de asociar una serie de subcategorías vinculadas con las habilidades cognitivas para la aplicación. Las subcategorías que hemos podido identificar a partir de los relatos de los docentes fueron: utilizar representaciones algebraicas y gráficas a partir de información proporcionada, determinar regularidades y patrones y encontrar algoritmos que soluciones problemas.

Entre las experiencias de clase que relatan los profesores, hemos seleccionado algunas en las que la tecnología digital promueve la representación de situaciones a través del lenguaje algebraico o gráfico. Esto permite a los alumnos, en un primer momento, transitar por

diferentes formas de percibir el objeto matemático, para luego relacionarlas como parte del proceso constructivo de este ente. Tal es el caso de las experiencias señaladas por Carla en el uso de Scratch para el trabajo en expresiones algebraicas,

(...) cuando arrancamos con expresiones algebraicas junto a los de informática, hicimos con el Scratch toda una secuencia para armar dibujos y cosas como un algoritmo en el que usaban expresiones algebraicas y quedó tremendo. Armaban figuras tipo helados, después hacían una homotecia y lo agrandaban, también le aplicaban traslaciones. Si bien se nos fue mucho tiempo porque usábamos horas de Matemática y de Informática, el Scratch está bueno para el trabajo en clase de Matemática. (Carla, pp.4-5,142-147)

En el caso de Roberto la actividad le permitió trabajar desde la situación propuesta en forma literal, transitar a la representación tabular, gráfica y analítica que modeliza la situación. Este tipo de actividades propicia en los estudiantes una mejor comprensión de los conceptos matemáticos involucrados, así como el grado de interés por la asignatura y el aprendizaje (Villa-Ochoa et al., 2018).

(...) tomo de un video hecho pensado para una actividad de Matemática, es un perro explotando globos y arriba a la derecha hay un temporizador y el video dura tantos minutos, pero a los 3 segundo el video se corta. Al cabo de esos 3 segundo el perro explotó x cantidad de globos y lo que les pido a los alumnos es que al cabo de 30 segundos ellos puedan decirme que cantidad de globos explotó el perro. Actividades de este tipo se hacen con el uso de herramientas digitales, en particular esta con el GeoGebra que van de la mano, ellos pueden ir ingresando los datos en una tabla y van viendo cómo van cambiando los datos y en base a eso ellos pueden con el GeoGebra insertar una función y esa función les va a permitir predecir lo que va a pasar después. (Roberto, p. 3, 91-100)

En esta categoría también agrupamos aquellas experiencias que promueven habilidades para el descubrimiento de regularidades y las leyes que las rigen y a la inversa la determinación

de los elementos constitutivos a partir de las expresiones de una determinada regla de formación. Ambas actividades guardan estrecha relación con procesos de orden superior que identificamos en la tercera categoría como lo es la generalización, proceso medular del razonamiento inductivo presente en el trabajo matemático.

Al respecto los testimonios de María y Berta ayudan a comprender como utilizan algunos docentes las herramientas digitales para promover la búsqueda de patrones. La actividad propuesta por María ayudó a los alumnos a comprender el concepto de Homotecia y la transformación en Matemática, al tiempo que el uso de la Plataforma Desmos se realizó con un verdadero sentido pedagógico.

(...) con Desmos trabajé Homotecia, la “Máquinas de escala” les gustó a los chiquilines porque la actividad les daba en digital una hoja A4 les hacía hacer una figura que podían hacer lo que quieran, uno me hizo una nave espacial otros un cuadrado un triángulo y ellos tenían varias impresoras, pasaban su dibujo por la impresora (todo con una animación) y la impresora les devolvía una imagen. Esto lo hacían con tres impresoras diferentes, una de ellas lo que hacía era deformar el dibujo donde la homotecia no se cumplía, le dabas por ejemplo un cuadrado y te devolvía una circunferencia, la segunda impresora lo simetrizaba y la tercer mantenía la forma y lo agrandaba, realizaba la homotecia con una razón un k mayor a 1. A los gurises les copo muchísimo buscar esos patrones cuando los dibujos pasaban por las diferentes impresoras. (María, p. 3, 79-94)

Por su parte, Berta también señala las bondades del trabajo con la Plataforma Desmos y la posibilidad que le brindo la actividad seleccionada para el trabajo en resolución de sistemas de 2×2 y en la aparición de patrones numéricos. Este testimonio se alinea con los señalamientos de TLS y Herman (2020), quienes señalan las ventajas de usar Desmos por sus características extraordinarias para el uso de actividades focalizadas en el aprendizaje, potenciando en los estudiantes la curiosidad y motivación por explorar y descubrir los conceptos matemáticos.

(...) una actividad que hice en Desmos. El desafío era si podía encontrar dos números que la suma es 21 y la resta creo que es 45, y ellos tenían que ir poniendo los pares de números que cumplían alguna de las condiciones, tenían la posibilidad de ver todo los pares que habían encontrado los compañeros, no todos eligieron los mismos número pero todos los pares de números cumplían un determinado patrón, queda como muy visible la solución que te queda, que tiene que cumplir las dos condiciones al mismo tiempo, está bueno porque ellos junto a sus compañero haciendo la actividad encuentran ciertas regularidades. (Berta, p. 9, 298-302)

Por último, hemos de señalar una categoría de análisis que recoge los procesos de mayor complejidad para el trabajo en Matemática como son: el desarrollo de habilidades visuales y espaciales, la formulación de conjeturas, la simulación y los primeros acercamientos a la demostración matemática. Seguidamente, vemos los testimonios de dos profesores, respecto a las actividades que realizan mediadas con tecnología digital y que promueven estas habilidades.

La capacidad para visualizar es un elemento que señalan varios de los docentes entrevistados como un factor que influye notoriamente en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos matemáticos. La visualización se manifiesta en una forma de ver la situación, a la que se enfrenta el estudiante, de modo más global e intuitivo siendo un componente fundamental para el razonamiento y la resolución de problemas. Tal como lo expresa María:

(...) me paso el otro día dando ecuación de la recta, lo vimos primero en el cuaderno la expresión para determinar la recta por dos puntos, pero luego les hice abrir GeoGebra y encontrar la ecuación de la recta y que visualizaran en la ventana gráfica sus representaciones. Bueno ocurrió que varios alumnos lo entendieron bárbaro en GeoGebra y querían trabajar solo con esa herramienta. (...) los alumnos me decían en base al GeoGebra yo puedo sacar la ecuación de la recta, y yo le insistía en que le servía como ayuda para visualizar. (María, p. 2, 43-51)

A su vez, en la entrevista mantenida con Ángela, ella señaló la importancia que tiene la visualización espacial, para ver o imaginar mentalmente los objetos matemáticos espaciales, así como para relacionar ciertas características de ellos y posibles transformaciones que los involucran.

(...) muchas veces me centro no tanto en el contenido sino en que habilidad quiero desarrollar, entonces según la habilidad que quiero desarrollar en los chiquilines elijo la tecnología adecuada. (...) por ejemplo por mi experiencia sé que la habilidad espacial está muy relacionada con el rendimiento en Matemática. Un juego online que uso, se llama Block Sort 3D, uno puede ir girando un prisma de base cuadrada pero de caras laterales que son rectangulares, lo puede ir girando en diferentes direcciones y tiene que lograr que ese prisma caiga en una cierta baldosa. A su vez hay puentes y obstáculos, no es que uno tenga todas las posibilidades para mover el prisma, entonces tiene que pensar previamente para que el bloque no caiga al vacío, tiene que anticiparse a que camino tiene que recorrer el prisma en el espacio para lograr ese objetivo. (Ángela, p. 2, 39-48)

Asimismo, algunos relatos señalan la importancia de la búsqueda de argumentos no solo para incursionar en el pensamiento analítico, tal como lo señala Carla, sino que también como lo expresa Roberto, en pensamiento estocástico de los estudiantes. Promover entre los estudiantes situaciones en las que se ponga en juego este tipo de pensamiento es muy importante dado que este se pone en juego cuando nos enfrentamos a escenarios de incertidumbre en los que debemos enfrentar situaciones de toma de decisiones, emitir juicios y predecir acontecimientos,

(...) ¿qué semejanzas ves entre las funciones con concavidad positiva y las expresiones analíticas? (igual para concavidad negativa). Si siempre las parábolas cortaban el eje horizontal, y el eje vertical, en cuantos puntos puede cortar al eje horizontal y al vertical, ese tipo de investigaciones utilizando el GeoGebra. Me gusta mucho que exploren y que puedan establecer conjeturas entre los gráficos y la expresión analítica a partir de la visualización. (Carla, pp. 3-4, 107- 112)

A través de los recursos tecnológicos los docentes trabajan en el procesamiento de una gran cantidad de datos de un modo sencillo y ágil, promoviendo que las herramientas digitales realicen los cálculos y sus estudiantes prácticas de análisis e interpretación de los resultados obtenidos. Ofrecer situaciones que permitan un proceso de alfabetización de los fenómenos estocásticos que trasciendan la simple aplicación de procedimientos rutinarios y técnicas para promover en los estudiantes la confianza en la resolución de problemas, la predisposición para formularse interrogantes y defender sus opiniones y perspectivas sobre una problemática.

(...) Me pasa mucho con Estadística, cuando quiero trabajar bueno que pasa con la moda, con la media y la mediana como cambia una y otra, porque eso me permite cambiar rápidamente un dato del conjunto y mostrarles cómo cambian estos parámetros. Rápidamente ellos ven el cambio, y puede hacer conjeturas, tomar decisiones, y proponer argumentos en Estadística en ese tema las uso bastante. (Roberto, p. 3, 74-76)

Procurando avanzar un poco más en el conocimiento de las estrategias que emplean los docentes, con tecnología digital para la enseñanza de la Matemática, hemos recabado testimonios de la importancia de estas para la simulación de movimientos de objetos físicos para establecer puentes que permitan una mejor interpretación y visualización de la situación problemática que el estudiante enfrenta. Algunos docentes señalan como una característica sobresaliente, la posibilidad de utilizar parámetros en la simulación de modo de analizar los diferentes tipos de respuestas que se producen en el sistema simulado al variar estos parámetros;

(...) para el concurso de Geometría dinámica que participamos uno de los grupos tenía que hacer una rueda dentada, con dientes con forma de trapecio, la base mayor se apoyaba en la parte curva de la rueda. Entonces hicieron un diente que les llevo, no me acuerdo, pero como 12 pasos y después usaron el comando secuencia de GeoGebra y realizaron automáticamente los 30 dientes de la rueda. En los talleres que hacemos para prepararnos para el concurso usamos mucho estos comandos para simular o mover figuras con el script de GeoGebra. (Leandro, p. 9, 301-307)

La simulación a través de GeoGebra permite a los profesores representar un fenómeno natural a través de modelos geométricos que se articulan en la Vista Gráfica de este software utilizando las opciones dinámicas que les ofrece. Estos procesos proporcionan a los estudiantes la oportunidad para la construcción de conocimiento matemático a partir del análisis de representaciones visuales que obtiene a través de la tecnología digital.

(...) hay algunas otras que tiene que ver con modelizar, una vez que tuve tercero, me acuerdo del Angry Birds, el jueguito, modelaba con una parábola el pajarito que se tira con una onda (después te paso enlace) entonces con eso tenía que interpretar, cual es el punto máximo al que tiene que llegar para que cayera en tal lado o en tal otro, ¿cómo hace para que le pegue al chanchito? (Dora, p. 9, 276-281)

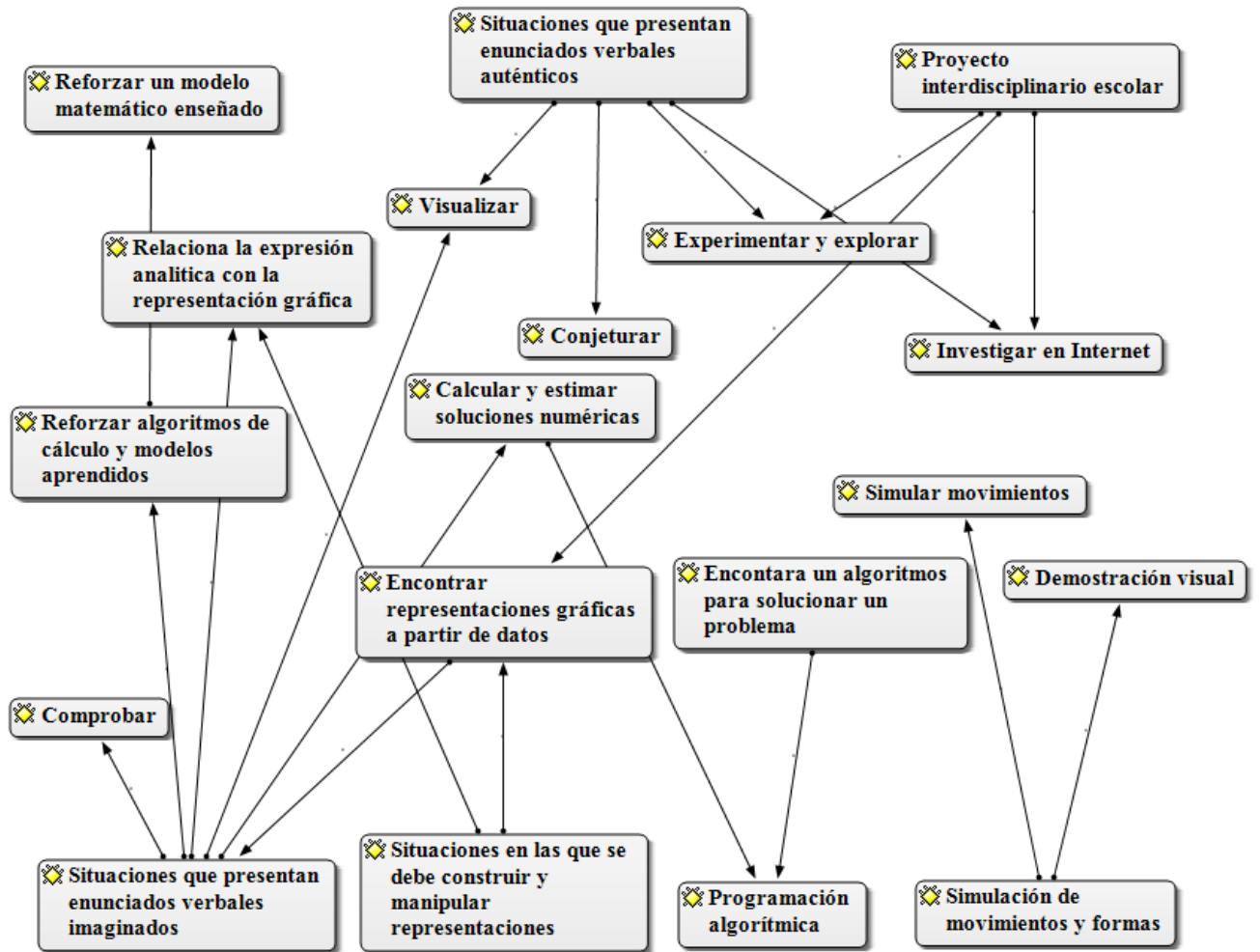
Por último, hemos recogido algunos testimonios de docentes que han podido, a pesar de que se desempeñan en enseñanza media y que no se encuentra entre las recomendaciones de inspección de Matemática para este nivel, utilizar las herramientas digitales con el propósito de promover procesos de comprobación de hipótesis. La tecnología digital les provee a algunos docentes el escenario propicio para trabajar sobre las pruebas visuales como un paso posterior a la prueba de una conjetura realizada. Si bien no podemos afirmar que sean procedimientos formales de demostración matemática se constituyen en una forma de visualizar y comprobar resultados de modo general.

(...) el año pasado un grupo se engancharon pila con las animaciones hicieron y mostraron en un video la demostración del Teorema de Pitágoras con deslizadores en forma animada, estuvo muy bueno. Fue una linda oportunidad de ver una demostración formal de la Matemática. (Leandro, p. 8, 284-287)

El trabajo con Atlas. Ti nos ha permitido relacionar estas habilidades cognitivas con las actividades que despliegan los docentes con herramientas digitales. La Figura 21 ilustra esta red semántica.

Figura 21

Red semántica de tipificación de actividades y habilidades cognitivas puestas en juego



Fuente: Elaboración personal

En síntesis, en la Tabla 24 que presentamos a continuación, se resumen para la dimensión Habilidades cognitivas que promueven las herramientas digitales para la resolución de situaciones problemáticas, las categorías y subcategorías y los respectivos códigos utilizados.

Tabla 24

Categorías y subcategorías identificadas en las entrevistas para la dimensión D2

Dimensión	Categoría	Subcategoría
D2. Habilidades cognitivas que promueven las herramientas digitales para la resolución de situaciones problemáticas	C3. Retener y comprender	SC8. Experimentar y explorar con el problema
		SC9. Investigar en la web un problema para comprenderlo y simplificarlo
		SC10. Reforzar algoritmos de cálculo y modelos aprendidos
		SC11. Comprobar (control y verificación)
	C4. Aplicar	SC12. Calcular y estimar soluciones numéricas
		SC13. Encontrar representaciones algebraicas a partir de información proporcionada
	C5. Analizar y crear	SC14. Encontrar representaciones gráficas a partir de información proporcionada
		SC15. Visualizar
		SC16. Formular y argumentar conjeturas a partir de las relaciones
		SC17. Simular
		SC18. Demostraciones visuales

Fuente: Elaboración personal

7.1.3 Recursos tecnológicos que utilizan los docentes para promover la MM

Al iniciar la segunda parte de la entrevista preguntamos a cada docente, describieran la clase que haya dado en ciclo básico con herramientas digitales, que más les gustó, así como si en ella utilizó recursos digitales propios (como por ejemplo applets, simuladores de GeoGebra, videos, series interactivas de ThatQuiz u otras), para trabajar con sus estudiantes. Los testimonios que brindan nos han permitido recoger los diferentes recursos digitales que emplean, lo que condujo a la formulación de cinco categorías constitutivas de la dimensión recursos tecnológicos que utilizan los docentes para promover la MM en sus aulas.

Según lo concibe un grupo mayoritario de docentes los softwares de geometría dinámica, como GeoGebra, Desmos y Cabri Géomètre, permiten a los estudiantes realizar construcciones geométricas a través de las cuáles se puede explorar y experimentar con las figuras, así como diseñar espacios en los que se puede comprobar relaciones y determinar invariantes cuando dinamizamos las figuras. La posibilidad que brindan estos softwares para realizar el “arrastre” de los objetos geométricos posibilita la visualización de propiedades producto del análisis de variados casos, contribuyendo a la elaboración de conjeturas y la posterior comprobación visual de las mismas.

El potencial de los softwares de Geometría Dinámica permite a los usuarios la manipulación de las construcciones geométricas, manteniendo invariantes las relaciones geométricas a partir de las cuales fue construida Ferdianová (2017), promoviendo escenarios propicios para el descubrimiento. Tal como lo señala la docente Berta, “para ver que concurren las mediatrices, GeoGebra es una muy buena herramienta para que ellos descubran. Con los deslizadores queda muy visible y te da la posibilidad de que lo descubra por ellos mismos” (Berta, p. 3, 70-73). Esta característica lo convierte en un verdadero laboratorio para la Geometría en el que los docentes pueden materializar en la pantalla del dispositivo digital los conceptos ideales y abstractos constitutivos de la Matemática y manipularlos para visualizar nuevas propiedades (Bayés et al., 2018). El testimonio de la siguiente docente da cuenta de esta importancia al referirse a su trabajo con Cabri 3D, “permiten visualizar cosas de un modo más simple que cuando no disponemos de ellas, por ejemplo, cuando doy secciones planas, en tercero, de un cubo con un plano con el Cabri 3D es mucho más sencillo que tener que andar haciendo el dibujito” (Carla, p. 2, 39-43).

Por otra parte, surge de los testimonios docentes, la importancia que le atribuyen a la hoja de cálculo tanto de GeoGebra como de Excel. Principalmente de la primera destacan, las posibilidades que les brinda por la forma integrada que trabaja la vista de la hoja de cálculo, con la vista algebraica y gráfica del programa. Esta otra forma de visualizar los objetos matemáticos permite, no solo la integración de expresiones numéricas y alfanuméricas, sino que al introducir en la barra de entrada un punto, segmento, recta o incluso un polígono regular, esos objetos aparecerán inmediatamente en la vista gráfica de GeoGebra.

Las hojas de cálculo de Excel y de GeoGebra también son destacadas por los docentes por su potencial para representar los objetos matemáticos de un modo diferente. Para el caso de GeoGebra la hoja de cálculo se encuentra integrada a la vista gráfica y la vista algebraica que dispone este software. Esta posibilidad que brinda GeoGebra supone un cambio conceptual del uso respecto a la hoja de cálculo de Excel ya que permite a los usuarios realizar cambios en una de las vistas y ver qué impacto tiene en las otras formas de representar el objeto (Diković, 2009). El uso integrado se evidencia en el relato de Roberto, cuando señala “para Estadística uso la hoja de cálculo de GeoGebra, me gusta mucho porque en realidad es muy intuitiva y también la aprovecho cuando trabajo funciones, en la misma pantalla podés ver el gráfico de la función” (Roberto, p. 3, 78-82).

Por otro lado, los testimonios de los docentes son evidencia de cómo los docentes utilizan la hoja de cálculo tanto de Excel como de GeoGebra, para el diseño de modelos matemáticos que les permiten describir fenómenos en los que involucran otras ciencias. Tal es el caso del docente Juan Diego:

(...) una actividad que trabajé y que la complementé con Excel y la Hoja de cálculo de GeoGebra fue el trabajo con trigonometría, donde ellos tenía que calcular la altura de árboles en el liceo y hacían las representaciones en forma digital y podían visualizar los diferentes casos más rápido en manos tiempo que si lo tenían que realizar en hoja y papel. (Juan Diego, p. 2, 65-69)

Algunos docentes señalan hacer uso del sistema CAS (Computer Algebra System) de GeoGebra para trabajar con el cálculo simbólico. Destacan la posibilidad que les brinda de comprobar resultados al emplearse expresiones literales sin un valor determinado. Por ejemplo, la utilizan para el desarrollo de binomios, factorizar expresiones algebraicas, para el aprendizaje de ecuaciones, evaluar expresiones y comprobar la solución de sistemas lineales de 2×2 .

Los docentes manifiestan utilizar la calculadora CAS de GeoGebra con el objetivo de realizar operaciones de cálculo simbólico, les posibilita la resolución de ecuaciones, desarrollar y

factorizar, derivar e integrar, Greefrath et al. (2018). Así lo concibe la siguiente docente cuando al referirse a su uso: “el CAS de GeoGebra también me resulta para cuando quiero verificar un sistema de 3×3 o para comprobar el resultado de una ecuación los chiquilines se enganchan bastante con eso” (Dora, p. 4, 118-122).

De igual forma, muchos docentes destacan las posibilidades que les brinda introducir los elementos básicos de la programación en sus clases, dado que varios conceptos de esta se basan en estructuras mentales asociadas a la forma en que se estructura el conocimiento matemático.

Otra categoría que emergió a partir de los discursos de los docentes que describían las actividades de enseñanza de la Matemática mediadas con tecnología digital y promotoras de la modelación fue la categoría Programación. Los docentes describen actividades que involucran Sctarch, la Placa Micro: bit, MateFun y GeoGebra script, con las que buscan promover el uso de la Programación en el aula de Matemática.

Scratch permite a los docentes programar a partir de bloque que ya están predefinidos y estimula el pensamiento creativo y sistemático (Marrero, 2019). Algunos docentes manifiestan utilizarlo para el diseño de un videojuego, “en Scratch, creamos una especie de video juego o algo así, en la sala de informática, que te permitía calcular las raíces de una ecuación de segundo grado a partir de los coeficientes. Los chiquilines tuvieron un rol muy activo en el diseño del programa, uniendo, separando y combinando bloque” (Atlanta, p. 5, 148-151).

Otros profesores los utilizan por las potencialidades de motivar a los alumnos para el aprendizaje “la Micro: bit, cuando no con la programación y yo aproveche a repasar y mostrarles conceptos como el de variable y la lógica que se sigue en las implicancias” (Ana, p. 3, 84-88) y para trabajar con conceptos matemáticos a partir de la programación “MateFun puedes ir programando, utilizando funciones predefinidas y otras que vas definiendo a partir de las elementales, sirvió pila para definir conjuntos, establecer relaciones entre los conjuntos y se generaban la discusión si la relación era función o no” (Atlanta, p. 4, 132-135).

Asimismo, el uso del script de GeoGebra se señala como una oportunidad para la simulación y el diseño de modelos que permiten representar la realidad. Este tipo de actividades serían casi imposibles de realizar sin la mediación de la tecnología, al tiempo que permiten a los estudiantes la interacción con la actividad virtual en la que se circunscribe el modelo matemático. Al respecto el testimonio de Leandro refuerza estas afirmaciones, “en los talleres que hacemos para prepararnos para el concurso usamos estos comandos para simular o mover figuras con el script de GeoGebra” (Leandro, p. 9, 305-307).

Por último, emerge de los testimonios docentes el uso de las plataformas para la enseñanza y aprendizaje de la Matemática. Estos profesores destacan la plataforma PAM por sus potencialidades para crear las series de aprendizaje y su adaptabilidad al ritmo de cada estudiante y en menor medida las plataformas PhET y MathCityMap que les brinda la posibilidad de modelar situaciones problemáticas cercanas al estudiante.

Las plataformas constituyen una categoría que permitió agrupar tres softwares educativos utilizados por los docentes de Matemática con diferentes propósitos. La plataforma PAM que les proporciona ejercicios y definiciones de conceptos matemáticos para el alumno, “en PAM era prácticamente practicar, ejercitar lo que se había enseñado la semana anterior. Incluso se mandaban de deberes, en el primer promedio se utilizaron un par de series de PAM para evaluarlos” (María, p. 5, 166-170).

Por otra parte, la plataforma PhET para la simulación de situaciones, permite a los estudiantes aprender explorando y descubriendo así cómo da la posibilidad de investigar sobre fenómenos que sería muy dificultosos poder llevar al aula Díaz Pinzón (2017), tal como se evidencia en el siguiente testimonio, “en CREA se le agregan videos de simulación en PhET para la función cuadrática. Ayuda a los gurises porque te deja hacer varias representaciones del mismo objeto matemático” (P27, p. 4, 119-120).

A continuación, en la Tabla 25 presentamos de forma sintética algunos testimonios que dan cuenta de las categorías y subcategorías formulada que permitieron mapear los recursos manejados por los docentes.

Tabla 25

Mapeo de recursos tecnológicos que utilizan los docentes

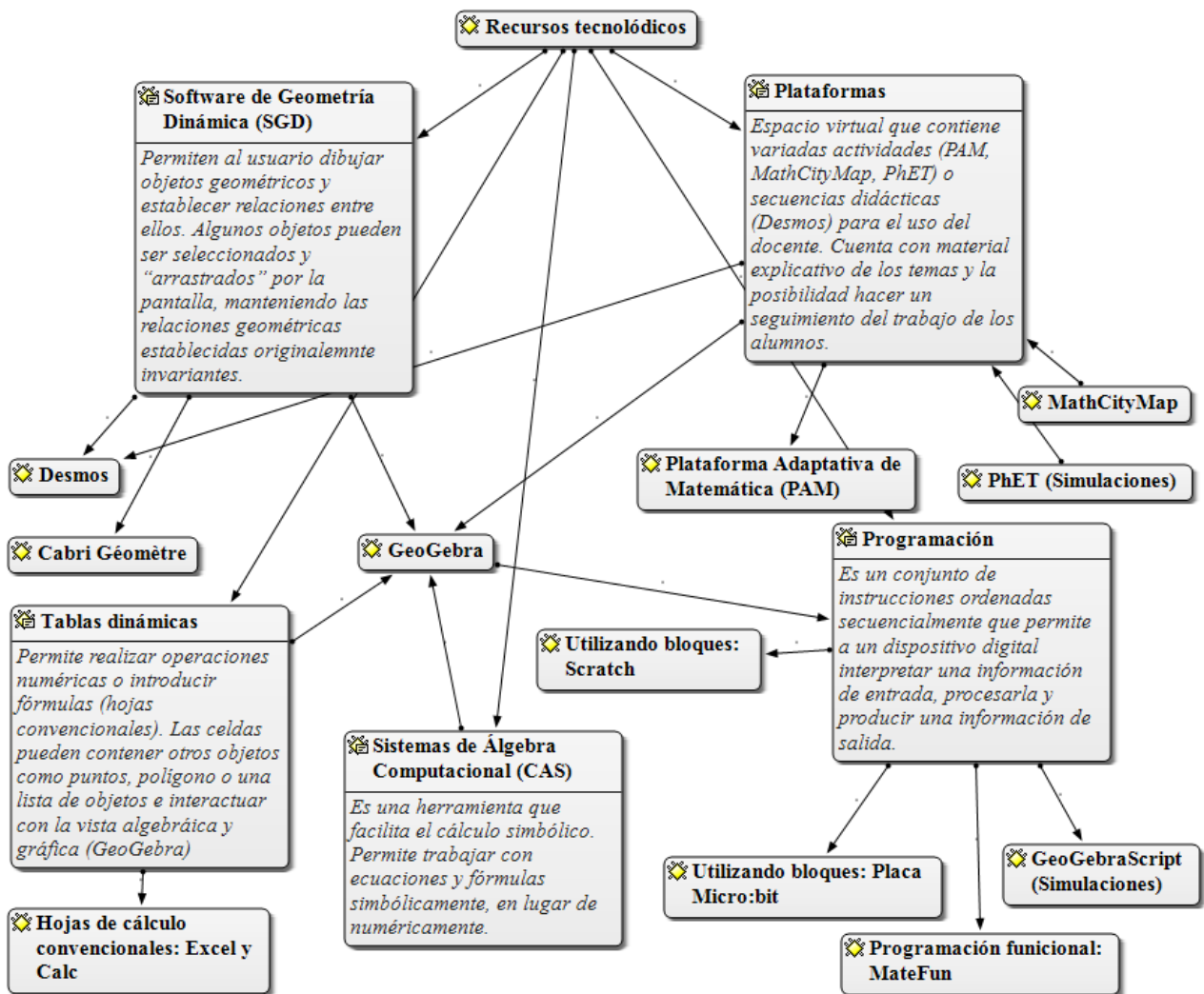
Dimensión	Categorías	Subcategorías
D3. Mapeo de los recursos tecnológico que utilizan los docentes	C6. Geometría Dinámica	SC19. GeoGebra
		SC20. Desmos
		SC21. Cabri Géomètre
	C7. Tablas dinámicas	SC22. Hoja de cálculo de Excel
		SC23. Hoja de cálculo de GeoGebra
	C8. CAS	SC24. CAS de GeoGebra
	C9. Programación	SC25. Scratch
		SC26. MakeCode para Micro: bit
		SC27. MateFun
		SC28. GeoGebra script
	C10. Plataformas	SC29. PAM
		SC30. PhET
		SC31. MathCityMap

Fuente: Elaboración personal

El uso del software Atlas. Ti permitió establecer relaciones entre las categorías que sirvieron para definir los recursos tecnológicos empleados por los docentes y los softwares más utilizados para la enseñanza de la Matemática y la promoción de la MM. La Figura 22 ilustra esta red semántica.

Figura 22

Red de recurso tecnológicos utilizados por los docentes para la enseñanza de la MM



Fuente: Elaboración personal

7.2 Observación no participante de clase

En esta sección expondremos los resultados obtenidos a través de las acciones de observación de clase, que nos han permitido establecer relaciones con la información colectada por medio de las entrevistas. Esto nos condujo a establecer distinciones entre la práctica declarada, entendida como lo que los docentes manifiestan hacer, y la práctica observada, como el conjunto de todas las acciones observables de sus prácticas áulicas. Asimismo, es necesario tener presente que no necesariamente las prácticas declaradas por los docentes permiten conocer lo que realmente hacen (Bru & Talbot, 2001).

Por esta razón resultó imprescindible recurrir a la observación de clase como un medio que nos permitiera complementar la información recogida por las entrevistas. En este sentido nuestro interés estuvo en observar las secuencias didácticas que son orientadas a la enseñanza de la Matemática mediada con tecnología digital y promotoras de la modelación de situaciones problemáticas.

7.2.1 Análisis descriptivo de las observaciones de clase

A continuación, presentamos los resultados del análisis de las observaciones de clase desagregados, para cada categoría, de dos maneras. Primeramente, se presenta un cuadro que recoge las subcategorías y el grado de ocurrencia de estas y luego se exponen las notas tomadas durante la observación de clase, que sirvieron para ejemplificar los modos en que los docentes han diseñado experiencias de aprendizaje de la Matemática mediadas con tecnología digital. Cabe señalar que, pese a que la observación de clase es una técnica cualitativa y por tanto lo que importa es el significado e interpretación de las acciones que ocurren en el aula, entendimos que para este trabajo tiene sentido presentar la frecuencia de cada actuación docente.

Para la observación de clase, se tuvo en cuenta las siguientes categorías de análisis: PT, presentación del tema, PC, presentación de la consigna de trabajo, RP, recepción de la propuesta por parte de los estudiantes, OA, organización de actividades, HD, uso de herramientas digitales en la construcción del conocimiento y CP, cierre de la propuesta.

Además, cabe señalar que cuando hemos utilizado las notas de observación tuvimos en cuenta la siguiente codificación, primero indicamos el profesor al que pertenece la nota y a continuación escribimos la categoría de análisis, que corresponde la nota realizada. Por ejemplo, (OD1, PT) identifica una nota de observación de clase asociada al docente 1 y que se encuentra en la categoría PT (presentación del tema).

7.2.1.1 Presentación del tema que se abordó en la clase observada

La primera sección de la guía de observación sirvió para registrar en qué medida el docente explicitó los objetivos que perseguía en su clase, así como para dejar constancia hasta qué punto se promovió la reflexión inicial de los estudiantes, a partir de sus conocimientos previos y de sus experiencias personales. Se buscó documentar si el docente establecía vínculos con otras actividades desarrolladas previamente con herramientas digitales.

Para relevar la categoría, presentación del tema, se recurrió a cuatro subcategorías de análisis, las que presentamos en la Tabla 26 junto a la frecuencia de ocurrencia de cada subcategoría según las observaciones realizadas a los docentes 1, 2, 3 y 4, codificadas como OD1, OD2, OD3 y OD4. Las opciones de respuesta para cada categoría fueron codificadas como: O, ocurrió, PO, parcialmente ocurrió y NO, no ocurrió.

Tabla 26

Frecuencia con que el docente presenta el tema en clase

Subcategorías	OD1	OD2	OD3	OD4
La/el docente explicita el contenido o tema a trabajar	O	O	O	O
La/el docente promueve la reflexión inicial a partir de:	-	-	-	-
- ideas o conocimientos previos de los alumnos	O	O	O	O
- experiencias personales de los alumnos	PO	NO	NO	NO
- actividades desarrolladas previamente con tecnología digital	O	PO	PO	O

Fuente: Elaboración personal

La Tabla 26 revela que, en las cuatro observaciones de clase realizadas, la presentación del tema por parte del docente fue clara y en todos los casos se explicitó el tema a trabajar. A continuación, presentamos algunas notas registradas durante la observación:

Al comienzo el profesor muestra un video que tiene incrustado en la plataforma CREA del curso y con el que se presenta el Cubo Soma. A medida que el video transcurre el docente trasmite el entusiasmo y plantea el desafío del armado de este puzle en 3D. Concluido el vídeo se utiliza la calculadora 3D de GeoGebra para representar cada uno de los poliedros que forman el Cubo Soma. (OD1, PT)

El tema que se aborda se enmarcó en el estudio de las operaciones con fracciones, teniendo como foco las operaciones combinadas. La docente comienza recordando los algoritmos relativos a las operaciones en la pizarra, para luego dar paso a una serie de ejercicios que tiene preparados en la plataforma PAM, con el objetivo de ejercitar las operaciones. (OD2, PT)

La actividad se inicia con una serie de preguntas realizadas por la profesora a fin de estimular la participación de los alumnos buscando que puedan explicar con sus palabras algunas de las funcionalidades de la Placa Micro: bit conversadas en clases pasadas. Aparecen conceptos matemáticos como variable y función y otros como sensores, simuladores y conversor. (OD3, PT)

El docente les recuerda a los alumnos, el trabajo que vienen realizando desde hace algunas clases en Geometría y cómo GeoGebra les permite realizar construcciones e indagar posibles soluciones a problemas. Seguidamente pone en conocimiento a sus alumnos que la clase de hoy se trata de resolver la situación que van a encontrar en el grupo de Matemática de CREA que comparte la clase, para lo que van a trabajar en equipos. (OD4, PT)

7.2.1.2 Presentación de la consigna de trabajo

Luego de observar cómo el docente presentó el tema y los objetivos de la clase, el siguiente paso consistió en poner foco en las orientaciones realizadas por los profesores con el objetivo de que los estudiantes puedan construir el conocimiento. El diseño de las consignas de trabajo requiere de una producción compleja, pues implica que el docente pueda a partir del conocimiento de la zona de desarrollo potencial de sus estudiantes avanzar a la zona de desarrollo próximo.

Con el propósito de mostrar la frecuencia de ocurrencia observada de cada subcategoría que conforman la categoría, presentación de la consigna, presentamos la Tabla 27 que recoge los valores asignados.

Tabla 27

Frecuencia con que el docente presenta la consigna de trabajo

Subcategorías	OD1	OD2	OD3	OD4
Se evidencian los contenidos explicitados en la consigna de trabajo	O	PO	O	O
Maneja información procedente de diversos medios (imagen, sonido, texto)	O	O	PO	O
La consigna de trabajo está alojada en una plataforma digital	O	O	O	O
Se requiere por parte de los alumnos el uso de dispositivos tecnológicos	O	O	O	O
Se plantean actividades abiertas que permiten a los alumnos escoger el recorrido de acuerdo con sus intereses	O	NO	PO	O

Fuente: Elaboración personal

Los datos recogidos y organizados en la Tabla 27, muestran que la consigna de trabajo está alojada en una plataforma digital en todos los casos observados (CREA, MakeCode, PAM,

GeoGebra). Asimismo, en las cuatro observaciones de clase los alumnos requirieron el uso de dispositivos digitales. También cabe destacar que en el 75% de las clases observadas los docentes utilizan información que procede de diversos medios, lo que colabora con la comprensión y trabajo de las consignas.

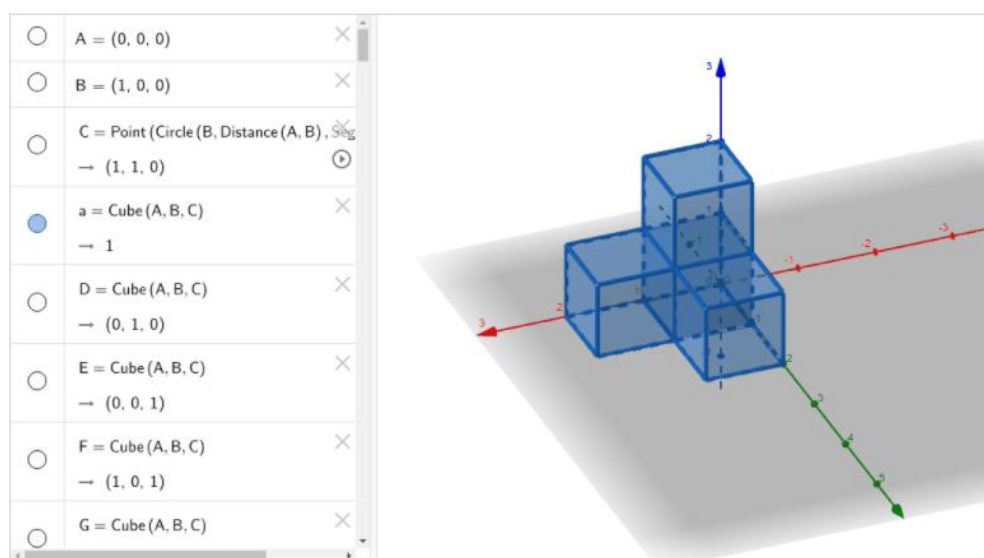
Se explica, la construcción de un tetracubo “L” a partir de la vista 2D de GeoGebra. Primeramente, sobre el plano (xy) construye el polígono en forma de L a partir de los vértices de tetramino (base de la pieza) buscando que estos tuvieran coordenadas enteras. Luego señala diferentes alternativas para seguir adelante para lograr el objetivo de construir la pieza L (OD1, PC).

La Figura 23 muestra el diseño final de una de las tertrapiezas diseñada en el aula.

Figura 23

Pieza tetramino del Cubo Soma

CUBO-SOMA-3



Fuente: Elaboración personal a partir de la propuesta de los estudiantes

La docente proyecta, uno de los ejercicios que contiene la serie de PAM sobre la que deben trabajar los alumnos, con el objetivo de explicar y motivar a los alumnos

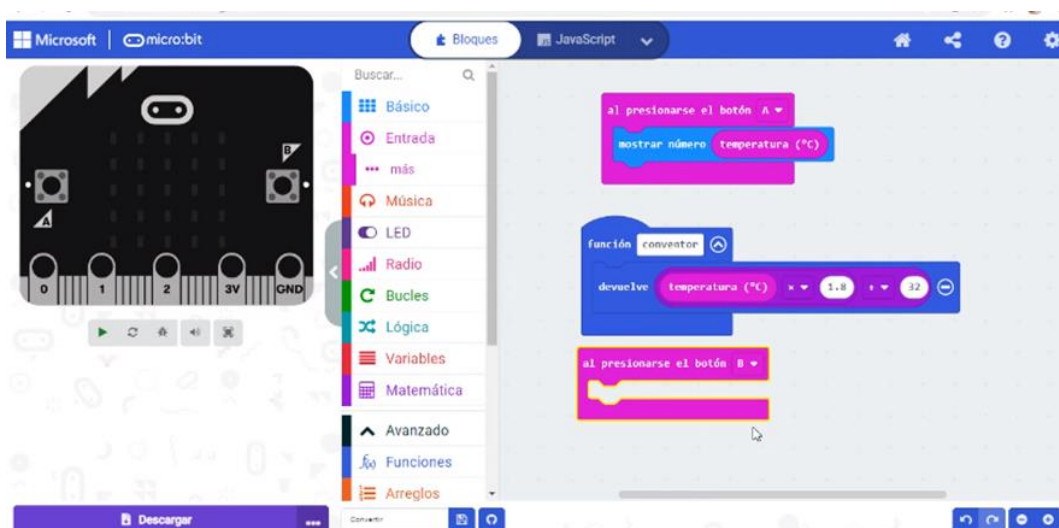
con la ejercitación. En la misma aparece una operación que combina suma, producto y cociente de fracciones. (OD2, PC)

La docente buscó trabajar con la función conversor, función que permite pasar la temperatura de grado Celsius a grados Fahrenheit en la Placa Micro: bit. Al mismo tiempo la docente se pronunció respecto al bloque matemática disponible para la programación de la placa, y los bloques para las operaciones. Les solicitó a los alumnos buscar en la web como se convierte de grado Celsius a grados Fahrenheit y luego se realizó la programación con los bloques. (OD3, PC)

En la Figura 24 se observa el diseño de la programación utilizando bloques. Para la misma los alumnos utilizan el simulador de MakeCode que les permitió ejecutar su programa y facilitó al prueba y posterior depuración.

Figura 24

Programación con la función conversor



Fuente: Elaboración personal a partir de la propuesta de estudiantes

Utilizando las salas de la Plataforma Zoom el profesor organizó la clase en equipos para trabajar con GeoGebra para construir un modelo dinámico de la situación. La actividad estaba incrustada en la Plataforma CREA en el grupo de la clase de

Matemática y el docente dejó disponible una ventana a GeoGebra para que los alumnos pudieran explorar posibles soluciones del problema. (OD4, PC)

En la Figura 25 se observa la consigna trabajada por el docente “De todos los rectángulos de perímetro 6, determinar el que posee mayor área” incrustada en el entorno CREA.

Figura 25

Solución dinámica de la situación propuesta por D4



Fuente: Elaboración personal a partir de la propuesta de estudiantes

En ocasiones las consignas de trabajo están alojadas en la Plataforma CREA y utilizan diferentes recursos tecnológicos. En el caso de la clase del D1 utilizó esta plataforma como un espacio para organizar las actividades con sus alumnos, un video multimedia para presentar el tema y despertar el interés de los estudiantes, la calculadora de GeoGebra 3D y la impresora 3D. Este docente señaló que su intención era utilizar la impresora 3D del liceo junto a ellos para que vieran como se imprimían las piezas del puzle Soma, pero que, dado el escenario de virtualidad, él se encargaría de hacer la impresión de las piezas y que cuando retornaran al liceo trabajarían en el armado del puzle espacial. (OD1, PC)

El docente D4 ubicó la consigna de trabajo en la Plataforma PAM visible para todos sus alumnos y junto a ella el acceso a GeoGebra para que pudieran realizar bosquejos de los diferentes rectángulos. Cabe señalar que personalizó la barra de herramientas de GeoGebra de forma que sólo se hicieran visibles aquellos botones que el alumno podía llegar a utilizar en la búsqueda de la solución de problema. Esto contribuyó a que los alumnos se focalizaran en construcciones y lugares geométricos propios de su grado. (OD4, PC) (ver Figura 25, p. 205)

La docente D3 utilizó el simulador que está disponible en la plataforma MakeCode para trabajar con el conversor de temperatura. Les recordó que en la parte superior izquierda de la pantalla podía acceder a su Micro: bit (virtual) en la que podían constatar cómo funcionaba su programa. (OD3, PC)

7.2.1.3 Recepción de la propuesta

Algunas de las actividades presentadas por los docentes refieren a la resolución de problemas mediados por tecnología digital. Estos problemas permitieron a los estudiantes incursionar en diferentes caminos de resolución y elegir entre variadas formas de representación, lo que los condujo a estar más motivados para el trabajo y desempeñarse de un modo más autónomo. Tal como lo señalamos en las notas de observación del docente D4:

El problema buscó la determinación del rectángulo de área máxima a partir de saber que el perímetro es constante de 6 unidades. Como parte del trabajo realizado por los alumnos han aparecido una serie de estrategias diferentes que van desde aquellas que utilizaran deslizadores para expresar la medida de los lados del rectángulo de forma variable, hasta las que utilizan el botón de calcular área, manteniendo el perímetro constante, y mover uno de los vértices en la construcción para ver como varía el área de los infinitos rectángulos que se van obteniendo. (D4, RP)

La Tabla 28 recoge las frecuencias de ocurrencia para las subcategorías que permitieron relevar la recepción de la propuesta.

Tabla 28

Recepción de la propuesta por parte de los alumnos

Subcategorías	OD1	OD2	OD3	OD4
Se muestran motivados a participar activamente	O	PO	O	O
Siguen las orientaciones del/la docente para desarrollar las actividades	O	O	O	O
Acuden a la búsqueda de información a través de recursos digitales	PO	O	PO	O

Fuente: Elaboración personal

Respecto a los modos que los estudiantes utilizan las herramientas digitales observamos variedad de usos. Casi la totalidad de los alumnos de las clases observadas se muestra motivados y siguiendo las orientaciones de los docentes. Se observó que, en general, los usos más reiterados que hacen los docentes de las tecnologías digitales para el aprendizaje se relacionan con la participación en plataformas para la ejercitación o en softwares donde el énfasis está puesto en visualizar, comprobar y verificar, experimentar, explorar y en menor medida en actividades asociadas a encontrar representaciones algebraicas y gráficas a partir de información proporcionada, así como la matematización de situaciones. Este resultado es coincidente con los usos reportados por Coll et al. (2008), quienes señalan que las herramientas digitales operan como un instrumento de mediación entre los alumnos y el contenido o la propuesta de aprendizaje.

7.2.1.4 Organización de las actividades

A continuación, presentamos, con el objetivo de ejemplificar las actividades diseñadas por los docentes, la Tabla 29 que contiene pasajes de las notas de los registros de observación con las que procuramos evidenciar los tipos de actividades de enseñanza con tecnología digital desplegadas, los contenidos matemáticos tratados y las posturas pedagógicas de los docentes.

Tabla 29

Organización de actividades

Actividades		Notas de registros
Tipificación		
Se propone del dominio intramatemático		A partir de un material audiovisual el docente trabaja en la construcción de figuras en 3D y sus desarrollos planos (OD1, PT).
	OD1	Se propone el trabajo sobre una serie de PAM diseñada a partir de
	OD2	varios ejercicios de operaciones entre fracciones y una situación
	OD4	problemática final asociada a las fracciones (OD2, PT). Se utiliza GeoGebra para solucionar un problema de optimización de área en forma dinámica (OD4, PT)
Se proponen del dominio extramatemático	OD3	La docente propone la medición de la temperatura en varios lugares del colegio, salón de clase, patio exterior y laboratorio de biología (OD3, PT)
Contenidos		
Geometría Euclídea	OD1	La construcción del tetraminó puso en juego propiedades geométricas, como el trazado de rectas paralelas, perpendiculares y la ubicación de puntos con coordenadas enteras en el plano. El profesor propuso para la construcción algunos movimientos en el plano como la rotación y la simetría axial (OD1, OA)
Operaciones	OD2	El trabajo en la Serie permitió a los alumnos transitar por las operaciones entre fracciones. El cierre lo constituyó una situación problemática donde se ponía en juego la relación parte-todo. Durante esta actividad los alumnos pusieron en juego otras habilidades, como la transformación del problema literal al lenguaje aritmético/algebraico y modos gráficos de representación (OD2, OA)
Función lineal	OD3	Se trabajó el concepto de variable, función, función lineal, pendiente y ordenada en el origen. Además se hicieron presentes diferentes modos de representación de la función (OD3, OA)
Geometría Euclídea	OD4	La construcción de los diferentes rectángulos, utilizando deslizadores para contemplar la variabilidad de la medida de los lados, los llevo a tener en cuenta variados lugares geométricos (OD4,OA).

Posturas pedagógicas		
Se promueve de entornos de aprendizaje digitales	OD1 OD2	El docente solicita a los alumnos ingresar en el grupo de CREA de la clase para subir un archivo digital, con el nombre de cada uno, con las piezas realizadas del Cubo Soma (OD2, CP).
Promoción de trabajo en equipos	OD3 OD4	Transcurrida la mitad del tiempo de clase se realizó el trabajo en subgrupos de tres o cuatro estudiantes. Cada uno de ellos abordó la programación en el simulador de MakeCode a partir de las instrucciones del docente. Se señala que para la siguiente clase los equipo deben realizar una presentación con base a lo trabajado para exponer al resto de la clase (OD3, OA).
Orientación al proceso de aprendizaje	OD2	La docente al mismo tiempo que sus alumnos avanzan en la realización de los ejercicios que conforman la serie de PAM, transita por los bancos y reorienta el trabajo de algunos estudiantes. Se la observa muy participativa, va preguntando como han logrado resolver los ejercicios y aclarando dudas e inquietudes con aquellos que lo hacen saber (OD2, OA)

Fuente: Elaboración personal

Las notas registradas de las observaciones de clase ponen de relieve la preocupación de los docentes por orientar a los estudiantes hacia un aprendizaje significativo, con una fuerte presencia de la resolución de problemas principalmente intramatemáticos quedando de relegadas aquellas situaciones en las que se establecen conexiones con el mundo cotidiano de los alumnos. Se observa la promoción de la tecnología digital con un cometido pedagógico que les permita el desarrollo de competencias como la visualización, exploración, experimentación, conjuración y comprobación de resultados, principalmente en situaciones problemáticas a la interna de la Matemática.

Con relación al uso que estos docentes hacen de las herramientas digitales, se observó una variedad de formas de trabajo. Algunos docentes las utilizan para comprobar, ejercitar y verificar resultados (D1 y D2), otros las emplean para visualizar alguna propiedad o concepto (D3 y D4), así como están aquellos que las aprovechan para darle sentido a los conceptos, fomentando la argumentación y justificación matemática (D3).

El uso de los recursos digitales en el aula en ocasiones produjo dificultades. En este sentido cuando se realizó la observación de clase al D2 se constató que varios de los estudiantes presentes no contaban con su equipo distribuidor por Ceibal, por lo que el profesor decidió realizar la clase en la sala de informática, dado que esta contaba con los equipos necesarios para desarrollar la actividad, además que según lo expresado por D2 la sala cuenta con una excelente conectividad.

7.2.1.5 Uso de herramientas digitales para la construcción de conocimiento

La Tabla 30 recoge las frecuencias de ocurrencia para las subcategorías que permitieron relevar el uso de herramientas digitales que realizan los docentes para la construcción del conocimiento matemático.

Tabla 30

Construcción del conocimiento matemático

Subcategorías	OD1	OD2	OD3	OD4
Ofrecen la posibilidad de construir nuevo conocimiento matemático	PO	NO	O	O
Se utilizan para la transposición de conocimiento matemático	O	PO	O	O
El énfasis está en la retención de conocimiento matemático	PO	O	NO	NO

Fuente: Elaboración personal

Los resultados de las cuatro observaciones de clase son bastantes homogéneos respecto a las habilidades digitales que se observan en los estudiantes. Se muestran competentes con el trabajo de forma autónoma en la Plataforma PAM, cuando el docente les asigna series de trabajo, pero también utilizan el software GeoGebra para visualizar propiedades o comprobar resultados que obtiene cuando trabajan en el cuaderno de clase. De igual modo que en el trabajo de Hepp (2015), la programación de la Placa Micro: bit que propuso la docente D3, no solo resultó muy motivante para el aprendizaje de los alumnos, sino que la actividad propuesta permitió evidenciar como la programación y Matemática pueden trabajar en forma conjunta para crear conocimiento matemático nuevo a partir de esta tecnología digital

En algunos casos la propuesta permitió la construcción de nuevo conocimiento matemático. He aquí una nota observacional registradas que ponen en evidencia este aspecto:

Tras indagar en el programa que permitió convertir la temperatura de grados Celsius a grados Fahrenheit, uno de los subgrupos propuso agregar a la medida de la temperatura su unidad, así que ese subgrupo le incorporó a la programación °C y °F. Durante la intervención de este grupo surgió la posibilidad de diseñar un nuevo conversor que permitiera obtener la temperatura en grados Celsius partiendo de la temperatura en grados Fahrenheit, lo que instaló la discusión en torno a las operaciones inversas y a la función inversa. (OD3, OA)

7.2.1.6 Cierre de la propuesta

En las cuatro observaciones de clase realizadas, los cierres de las propuestas pedagógicas planteadas tuvieron como objetivo, reconstruir los procesos de trabajo mediante una síntesis en la que los docentes van preguntando a los estudiantes los conceptos trabajados y los resultados conseguidos con el fin de orientarlos hacia nuevos aprendizajes.

Esta preocupación de los docentes por enfatizar los conceptos medulares de la clase, estableciendo vínculos con los temas vistos en clases anteriores y anticipando nuevas nociones sobre la temática a desarrollar en futuros encuentros, se constatan en las siguientes notas observacionales:

En los minutos finales de la clase el profesor realizó un esquema, con los conceptos más importantes de Geometría del Espacio trabajados durante la construcción de la pieza del cubo Soma. Posición relativa entre rectas, entre rectas y planos y entre planos fueron los elementos constitutivos de la síntesis final de la clase. (DO1, CP)

Las singularidades más visibles de este proceso de cierre se sintetizan en la Tabla 31, a través de las subcategorías relevadas con la guía de observación de clase.

Tabla 31

Acciones del cierre de la propuesta pedagógica

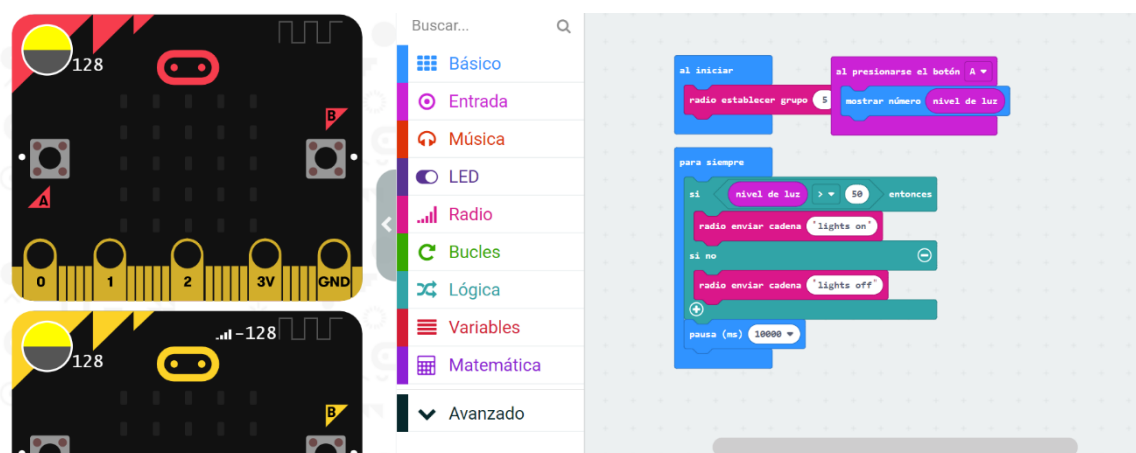
Subcategorías	OD1	OD2	OD3	OD4
Se realiza una síntesis del tema trabajado	PO	O	O	O
Se proponen aspectos que se derivan de lo trabajado que deban ser resueltos mediante el uso de recursos digitales	O	O	O	O
Se sugieren otros posibles problemas ampliatorios que habrán de explorar los alumnos con el uso de recursos digitales	PO	PO	PO	PO

Fuente: Elaboración personal

Durante el desarrollo de las actividades es muy poco frecuente observar a los profesores sugerir otros problemas ampliatorios que posibilite a los alumnos la exploración a través de tecnología digital. Uno de los pocos casos refiere al docente 3, que al finalizar la clase dejó planteada la siguiente propuesta: “Realizar una programación de una alarma inalámbrica que avise cuándo se enciende una luz”. Si bien el docente hace referencia de algunos elementos que se deberán tener en todo momento estimuló a sus alumnos a pensar en el proyecto y a la búsqueda de proyectos similares ya diseñados que les sirvieran para pensar la programación por analogía. La Figura 26 muestra la programación propuesta por los estudiantes que nos fuera enviada por el docente unos días después de nuestra visita a la clase.

Figura 26

Programación de la Placa Micro: bit para resolver el problema de la alarma de luz



Fuente: Elaboración personal a partir del trabajo de los estudiantes

7.2.2 Síntesis del análisis descriptivo de las observaciones de clase

En síntesis, lo observado en las aulas nos conduce a inferir que existen diferencias entre lo expresado por los docentes en los discursos referidos al uso de las herramientas digitales para la promoción de la modelación de situaciones problemáticas con respecto al uso que hacen de las tecnologías digitales en el aula. Se constató que las finalidades que dan los docentes a las herramientas digitales se traducen en promover la retención y trasposición por encima de la construcción de nuevo conocimiento matemático, promover la motivación y la participación.

Asimismo, se destaca el uso de las herramientas digitales para el trabajo en actividades que buscan conectar conceptos, procedimientos, argumentos y variadas formas de representación entre sí, es decir son actividades típicas de dominio intramatemático.

Desde la perspectiva de la Didáctica de la Matemática, se observa cierta adhesión a las clases expositivas que mantienen una secuenciación gradual en forma lineal que dejan poco espacio para un desarrollo autónomo de los estudiantes y en las que las preguntas de los alumnos son utilizadas para apoyar el discurso del docente. Son escasas las oportunidades para el aprendizaje que parte de las experiencias de los alumnos y la promoción de variadas estrategias para la resolución de problemas de acuerdo con sus intereses.

Se destaca el uso de la Plataforma CREA como un espacio de aprendizaje donde los docentes comparten material didáctico, applets, videos para apoyar el aprendizaje, así como las tareas para que los alumnos trabajen. Las actividades que llevan adelante los estudiantes con herramientas digitales por lo general están orientadas a procesos como ejercitar, presentar diferentes modos de representación de los objetos matemáticos, visualizar y en menor medida explorar, conjeturar y comprobar resultados, principalmente de situaciones problemáticas del dominio intramatemático (ver Anexo 19, p. 315).

CAPÍTULO 8: INTEGRACIÓN DE RESULTADOS

Finalizada la etapa en la que realizamos los análisis de los datos provenientes de cada una de las técnicas utilizadas, se procedió a desarrollar la triangulación de la información, con el propósito de obtener un conocimiento más acabado del objeto que nos hemos propuesto abordar, así como respuestas lo más certeras posibles a las preguntas propuestas para esta investigación.

En primer lugar, principalmente a través de los discursos de los docentes y las observaciones de clase, hemos podido identificar las estrategias de enseñanza que utilizan los docentes de Matemática con herramientas digitales que promueven la modelación de situaciones problemáticas. Al mismo tiempo, para reforzar la evidencia que sustentan las categorías construidas y que caracterizan las estrategias de enseñanza hemos recurrido a una de las preguntas abiertas incluidas en el cuestionario de encuesta, en la que se les pedía a los docentes describir alguna actividad de enseñanza con herramientas digitales que promueva la MM y que haya desarrollado en algún curso del Ciclo Básico.

En segundo lugar a partir de la tipificación de actividades que realizan los docentes con herramientas digitales (sección 7.1.1), las habilidades cognitivas que estas promueven (sección 7.1.2) y los recursos tecnológicos que los profesores seleccionan y utilizan para la enseñanza de la Matemática (sección 7.1.3) y el análisis descriptivo de la observación de clase (sección 7.2), hemos propuesto un modelo constituido por cinco niveles progresivos; Suplantación, Exploración, Incorporación, Ampliación y Maximización (modelo SEIAM) y tres capas; Reconocimiento, Avance y Cambio, inspirados en las ideas propuestas por Puentedura (2013), aunque adaptándolas y transformándolas a las particularidades de la MM. Este modelo puede ayudar a los docentes de Matemática a comprender la forma en que incorporan la tecnología digital para modelar situaciones problemáticas.

Recurrimos finalmente a un análisis que sirvió para evidenciar el énfasis con que los profesores declaran abordar actividades con herramientas digitales de las categorías constitutivas del modelo SEIAM. Para complementar este estudio, se identificaron y agruparon las actividades de enseñanza que describen los docentes con herramientas digitales

para la MM y se las comparó con las concepciones que tienen los docentes respecto a las actividades que desarrollan fundadas en tecnología digital.

8.1 Estrategias de enseñanza con herramientas digitales que promueven la MM

El análisis de las entrevistas a los docentes y la observación de clase nos han permitido agrupar las estrategias que despliegan los docentes para la enseñanza de la Matemática mediadas con tecnología digital para favorecer la MM en tres grandes familias, de acuerdo con los propósitos que se buscan con cada una. Una de estas familias agrupa todas aquellas estrategias que permiten a los estudiantes retener el conocimiento, en otra hemos reunido a las que facilitan la trasposición del conocimiento matemático y, por último, nucleamos a las estrategias que posibilitan la construcción de los saberes.

Nos interesa señalar que, si bien presentamos un análisis de estas familias desagregadas, las estrategias se relacionan entre sí, actúan en forma conjunta y combinada. Es decir que las acciones destinadas a la construcción del conocimiento pueden estar actuando en forma combinadas con algunas estrategias que posibilitan la transposición de los saberes.

8.1.1 Estrategias para la retención de conocimiento matemático

Los docentes que despliegan este tipo de acciones orientan su clase principalmente a promover que los estudiantes ejerciten un determinado concepto o algoritmo matemático. Tal como lo señalan Carla y Atlanta en sus discursos:

(...) utilizo la PAM para realizar pruebas diagnósticas, ejercitación de un tema dado, en los espacios de EPI ahí los chiquilines se enganchan, en este caso la plataforma y el software los motiva. En el liceo público trabajo con la plataforma CREA y en el colegio con Moodle. Hago cuestionarios hay varias actividades para hacer para ejercitar, esos son los softwares que he utilizado en estos años (Carla, p. 2, 57-64).

(...) Lo que si veo que las herramientas digitales son más para la ejercitación. Todavía no lo he logrado llevar a la resolución de problemas, sino más que nada a ejercitar un determinado algoritmo o aplicación enseñada. Por ejemplo, estoy con segundo y reducir polinomios, hallar valor numérico, bueno ahora que estoy con funciones ubicar cual es la ordenada en el origen, la raíz. (Atlanta, p. 2, 48-52)

Desde los planteos de Ernest (2005), para estos docentes la esencia de la Matemática es entender cómo funcionan estructuras estáticas, interconectadas a través de definiciones, axiomas, teoremas y lemas y verdades asociadas al pensamiento lógico matemático. Detrás de los testimonios de estos docentes subyace la idea de que los conocimientos matemáticos son aprehendidos por los estudiantes, dejando de lado toda posibilidad de participar de la construcción del conocimiento.

Este hecho también se constató en la observación de clase de la docente D2, quién propone una serie de PAM, con varios ejercicios que permiten la ejercitación de los algoritmos de cálculo para operar con fracciones (DO2, PC).

El uso de actividades para que el alumno pueda retener o ejercitar algoritmos de resolución, muchas veces se realiza a través del juego, como lo señala el siguiente testimonio, “bastante fue el Dragon Box, juego que tiene como objetivo que los alumnos puedan resolver ecuaciones, y el sentido de igualdad, me sirvió mucho para ejercitar las reglas de resolución” (Roberto, p. 8, 265-267). Daragon Box, es una aplicación para niños y niñas a partir de 5 años que permite aprender Álgebra de manera gradual a través de la experimentación y la lógica. una potente e intuitiva herramienta para aprender matemática cuenta con 10 capítulos y 200 puzzles a los que se puede ser utilizada tanto en tablets como en smartphones.

De igual modo, señala María las bondades de utilizar un juego para el aprendizaje, al referirse a una actividad propuesta en Desmos, aunque en esta ocasión si bien buscó reforzar un determinado concepto, se realizó a través de la exploración y la experimentación,

(...) otra actividad de homotecia es la del minigolf, yo este año con el grupo de 3ero estuve muchísimo tiempo online, entonces me sirvió porque les pasé un enlace, los puse en subgrupos y los puse a trabajar solos. Esta actividad tenías la pelotita de golf que era un punto y en base a tu lanzamiento tenías que encontrar la razón de homotecia, viendo por cuanto debían multiplicar para que entrar en el hoyo. En este grupo enseguida se dieron cuenta de este concepto a través del juego. Les copó que diéramos el tema a partir de un videojuego. (María, p. 3, 102-108)

De acuerdo con lo señalado las herramientas digitales, integradas a las prácticas de aula para la ejercitación y retención del conocimiento proporcionan nuevos entornos de aprendizaje que promueven la motivación, la autonomía de los estudiantes y la interacción de los estudiantes con el contenido y entre los que participan de estas instancias. Para algunos docentes también son un sitio donde los estudiantes pueden continuar aprendiendo temas antes de ser tratado en clase.

(...) he hecho muchas actividades en PAM, creo que es el año que más actividades he puesto porque realmente es una manera que me permite que ellos agilicen, practiquen, vean. Incluso vemos algunos temas por primera vez allí en la PAM así como actividades que no hemos visto en el aula las han podido ver allí. Así que la veo como una herramienta muy útil, que los motiva porque como te dije es distinto que el cuaderno, es interactiva da conceptos y ejemplos. (Braulio, p. 7, 210-217)

Los testimonios analizados en esta última sección revelan que, tal como lo señala Vesga y Losada (2018), las creencias de estos profesores respecto a la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática se centran en la trasmisión de los contenidos, dado que son elocuentes las acciones en las que el énfasis está puesto en la comprensión de las ideas lógicas que permiten vincular la Matemática con los conceptos.

8.1.2 Estrategias para la construcción de conocimiento matemático

Según lo expuesto por los docentes que afirman utilizar herramientas digitales con asiduidad, vincular con los conocimientos previos que disponen los estudiantes ayuda al profesor a establecer la profundidad con que debe abordar el nuevo tema. Considerar las estructuras que los estudiantes disponen para evaluar si se debe reforzar los conocimientos previos para ahondar en ellos y avanzar hacia nuevos contenidos. Esos resultados están en la misma línea de lo expuesto por Freire (1997) y Giroux (1997) al considerar el conocimiento como una construcción social, como un proceso que valora los saberes que el individuo trae consigo al acto educativo y no como un producto de una acumulación de información.

Las situaciones disparadoras para el aprendizaje junto con el diálogo y la discusión para aproximarse a los nuevos conceptos mediante la exposición y confrontación de argumentos y razonamientos se evidencian como una estrategia utilizada por los profesores.

(...) uso GeoGebra para la actividad de puntos y rectas notables de un triángulo. Les pedía trazar la mediatriz de un lado, ahí repasábamos mediatriz de un segmento algunos estaban olvidados, y cuando fueron a trazar la segunda antes de que lo hicieran pregunté a ver que se les ocurre que pueda pasar, prever algo, y cuando trazaban la tercer les volvía a preguntar a ver esperaban eso que les parece lo que ocurrió. Les pedí que trazaran la circunferencia circunscrita y que arrastran punto y visualizarán como la circunferencia seguía circunscribiendo el triángulo a pesar del arrastre. (Leandro, p. 3, 81-101)

(...) estuvimos utilizando mucho el Desmos para introducir los temas a tratar en clase, a los alumnos les copa mucho más el trabajo en la plataforma. Para mí, tiene una forma muy interesante de llevar los contenidos a lo que es la cotidianidad del alumno, depende mucho del tema en el que estas, pero su uso me parece que ayuda mucho a la comprensión. (María, p. 2, 53-60)

Estos escenarios que las herramientas digitales proporcionan a los docentes, les posibilitan explorar nuevos conceptos matemáticos a partir de los que ya trae consigo el estudiante por medio de discusión con otros estudiantes y el profesor. Tal como lo señala Freire (1997), “enseñar no es transferir conocimientos, sino crear las posibilidades para su propia producción o construcción” (p. 47).

Asimismo, en los procesos de construcción de conocimiento, la resolución de problemas cobra un rol protagónico por el ambiente propicio que se produce en torno a ellos, para alcanzar aprendizajes significativos. En varias de sus intervenciones se aprecia el acento puesto en el uso de la resolución de problemas por la posibilidad que brinda de establecer conexiones, la utilización de diferentes modos de representar los objetos matemático, el análisis de casos particulares, la posibilidad de plantear conjeturas y posteriores generalizaciones, y argumentar sobre los posibles resultados. Nos pareció interesante mostrar esta visión con los siguientes testimonios de docentes que participaron de este estudio.

(...) trabajé en un colegio que teníamos pizarras electrónicas, con un software que se llama ActivInspire, uno podía proyectar una ficha de trabajo y trabajar sobre ella en la pizarra. A partir de una película que había visto “Búsqueda implacable” que trata del rapto de una chiquilina, para saber su ubicación se iban dando pistas, por ejemplo este en un radio de tantos metros, recuerdo que proyecté el mapa real de la ciudad y con las pistas íbamos construyendo el dibujo en la pizarra (pasaban al frente los alumnos) porque el software dispone de todos los elementos de geometría para realizar construcciones en forma digital. Fuimos utilizando la Matemática para determinar las coordenadas exactas de donde se encontraba. (Ángela, p. 3, 78-84)

Estas estrategias que se evidencian a través de los relatos docentes focalizan en una pedagogía de la pregunta (Freire, 1997), es decir facilitan a los estudiantes a través de la exploración y la experimentación con la tecnología digital formular nuevas preguntas que conducen a nuevos desafíos para el trabajo en clase. La forma como estos docentes utilizan las herramientas digitales invierte la mirada y pone el foco en el alumno, debilitando la pedagogía de la respuesta (Freire, 1997).

El testimonio de Curie destaca las nuevas formas de representaciones mentales que le proporciona el uso del GeoGebra para la resolución de la situación problema,

(...) un problema que salió muy bien era de unas ofertas de remeras estampadas, en una tienda te cobraba el estampado \$5 y cada remera te costaba \$10, por el estampado solo pagabas una vez, y después pagas la cantidad de remeras que adquirís, en la otra tienda donde era tanto el estampado y tanto cada remera. Primeramente hicimos todo el trabajo de llegar a las expresiones de las funciones que representaban el precio en función de la cantidad de remeras. Lo bueno fue cuando graficamos ambas funciones con GeoGebra, ahí ellos lo vieron mucho más claro. Fíjate que no habíamos dado sistemas de ecuaciones, pero a partir de la graficación quedo la idea. Se generó la discusión de que ocurría cuando las dos rectas se intersecaban, ¿qué pasa en ese punto de corte? y salió naturalmente en qué momento iban a recaudar lo mismo ambas tiendas. (Curie, p. 6, 158-167)

Estos testimonios están en la misma línea de hallazgos presentadas en el marco de antecedentes empíricos desarrollado en el Capítulo 2. Tal es el caso de lo expuesto por Doerr et al. (2017) quiénes destacan las potencialidades de las herramientas digitales para la construcción de modelos y las nuevas formas de representación que está proporciona. Asimismo, los discursos son coincidentes con los planteos de Rodríguez y Quiroz (2016) cuando al referirse a la tecnología digital para mediar la modelación señalan las posibilidades que proporciona para un mayor acercamiento y comprensión de los problemas cercanos al estudiante y para el establecimiento de relaciones entre las diferentes etapas del ciclo de modelación.

Más allá de esta valoración que hacen los docentes, respecto a la importancia de vincular con conceptos previos, de incorporar las tecnologías digitales a la resolución de problemas y a nuevas formas de representaciones mentales que las herramientas digitales proporcionan, pasamos a explicitar testimonios que destacan su uso para potenciar la abstracción de modelos. Así lo señala Berta al referirse a la Plataforma Desmos;

(...) otra actividad que me sirvió mucho para modelar era de Desmos. Había un muñequito chico y otro del mismo aspecto, pero gigante y te mostraba la idea del significado de proporcionalidad. Después de hacer varios gigantes proporcionales había una parte que mostraba la relación de proporcionalidad en la calculadora gráfica de Desmos. Ellos tuvieron que darse cuenta de la recta que quedaba, en donde en el eje de las x estaba el tamaño de la personita normal y en el de las y la del gigante, fue súper rico, fue muy entretenido y quedaron muy metidos en el tema. Estuvo buenísimo porque vos vas cambiando el tamaño de las personas y vas viendo lo que ocurre en el gráfico. (Berta, p. 8, 209-215)

Este comentario no hace sino ratificar lo señalado por TLS y Herman (2020), al subrayar las potencialidades que Desmos brinda a cada estudiante para diseñar sus propias estrategias de resolución de problemas. De igual modo, la plataforma brinda una variedad de recursos para que los estudiantes puedan realizar pruebas, explorar, desarrollar el pensamiento lógico matemático promoviendo las interconexiones entre los diferentes temas de currículo y el entorno del estudiante.

Por otra parte, se tuvo la oportunidad de observar en la clase del docente D4, cómo la actividad propuesta permitió en base a las herramientas digitales, inferir una expresión para el área del rectángulo, a partir de la exploración y la experimentación con el modelo dinámico de GeoGebra. La siguiente nota observacional recoge evidencia de este hecho que es coincidente con lo declarado por la docente citada en el párrafo anterior.

Si bien la solución del problema propuesto en la consigna fue realizada a través de un modelo dinámico conseguido con GeoGebra, el docente establece verbalmente vínculos con las expresiones algebraicas y la determinación de la función área de los rectángulos. Hace notar a los estudiantes que se trata de una función cuadrática y que cabría la posibilidad de encontrar el máximo de la función utilizando los conceptos ya trabajados. Explicita que si a la medida del largo del rectángulo la denota con x entonces el ancho sería $(3 - x)$, por consiguiente el área de los rectángulos está dada por la expresión $A = x \cdot (3 - x)$ que corresponde a una expresión de segundo grado en x . (OD4, CP)

En síntesis, para la construcción de conocimiento matemático se evidenciaron una serie de estrategias que los docentes despliegan: vincular con los conocimientos previos del alumno, resolver problemas, promover variadas representaciones mentales del objeto matemático, favorecer el razonamiento por analogía y abstraer modelos. La Tabla 32 sintetiza las subcategorías y los tipos de evidencia que nos han permitido la construcción de la categoría.

Tabla 32

Categoría construcción del conocimiento matemático

Categoría	Subcategoría	Tipo de evidencia
Estrategias para la construcción del conocimiento matemático	Vincular con conocimientos previos	Situación disparadora motivacional Dialéctica guiada
	Resolver situaciones problemáticas	Planteo de situaciones Diferentes perspectivas del problema Dividir el problema en problemas menores Promover variadas estrategias de resolución Comunicar los resultados Comprobar
	Promover representaciones mentales	Encontrar representaciones gráficas, tabulares y algebraicas a partir de información proporcionada
	Promover la analogía	Buscar una situación semejante ya resuelta
	Abstraer modelos	Identificar modelos a partir de representaciones

Fuente: Elaboración personal

8.1.3 Estrategias para la transposición de conocimiento matemático

Por último, hemos encontrado un grupo de estrategias que promueven los docentes que participaron de este estudio, que tienen como propósito aplicar la Matemática a problemas de la vida cotidiana y a brindar una mirada en que los conocimientos matemáticos no se vean como entes aislados descontextualizados de la realidad de los estudiantes. Estos docentes procuran diseñar propuestas didácticas que resignifiquen la Matemática y que motiven a sus

alumnos con el objetivo de verlas más allá de la memorización de algoritmos de cálculos y soluciones automáticas a problemas.

Resignificar la Matemática más allá del aula, haciendo que el conocimiento sea relevante para la vida de los estudiantes. Muchos docentes señalan en sus testimonios utilizar las experiencias cotidianas de sus estudiantes para el trabajo en clase y partir de sus conocimientos previos como parte del encuentro pedagógico. Estos resultados son coincidentes con las ideas expuestas por Giroux (1997), que al mismo tiempo invita a profundizar en estas experiencias promoviendo a partir de ellas la problematización y la crítica, que lleven a los estudiantes a investigar los supuestos ocultos en la misma.

Las evidencias reunidas tanto a través de la observación de clase como de la entrevista en profundidad nos han permitido caracterizar un tipo de estrategias de enseñanza, con herramientas digitales, que están asociadas a la resolución de problemas contextualizados, la identificación de regularidades y patrones que conduce a la formulación de conjeturas y posterior verificación utilizando modelos que se pueden visualizar a través de softwares.

La siguiente nota observacional ilustra cómo fue utilizada la placa programable Micro: bit para la resolución de situaciones problemáticas en contextos auténticos:

La docente solicitó a sus estudiantes pensar en una programación en MakeCode que tome la temperatura ambiente y a partir de ella si es menor que 10 °C muestre un icono que tenga la forma de un copo de nieve (similar a lo que ocurre en un equipo de aire acondicionado, aclara la docente). Explica que la próxima clase se tomarán las temperaturas de varios lugares del colegio: salón de clase, patio exterior y laboratorio de biología para ver cómo funciona. (OD3, CP)

Esta nota de observación de la clase del docente D3, ratifica lo señalado por Ramos y Casas (2018), con relación a la relevancia que tiene para el proceso de aprendizaje el “hacer Matemática”. La docente propuso una actividad que sirvió para que los estudiantes se comprometieran con la misma y los situó como actores protagónicos del proceso de

aprendizaje, al tiempo que posibilitó que realizaran sus propias indagaciones y estrategias de resolución.

Así mismo la pregunta abierta del cuestionario donde se le pidió a los docentes describir alguna actividad de enseñanza con herramientas digitales que promueva la MM y que haya desarrollado en algún curso del Ciclo Básico, permitió recoger testimonios que refuerzan este uso constatado en la práctica de aula del docente D3.

(...) en los cursos de tercer año, se coordinó con el profesor de física y se realiza la filmación de como un alumno arroja un objeto por una ventana. Dicho objeto es filmado y se grafica con el tracker que permite el grafico de la posición en función del tiempo. Puede observarse la parábola y se describe la caída como una función cuadrática. (CD38, p. 6, 168-171)

(...) con los estudiantes de 1ero CB trabajo el tema proporcionalidad a partir del diseño de una casa o el diseño del propio salón de clase. En una de las etapas del trabajo se les solicita usen alguna herramienta que permita llevar la representación 2d a 3d, para lo que se recomienda el uso de FloorPlanner o similares. Usamos este programa para que usen su imaginación colocando puertas, ventanas, mobiliario. (CD134, p. 17, 513-516)

Estas afirmaciones de los docentes con respecto a la forma de construir didácticamente el conocimiento están en la misma dirección de los planteos de Molina-Toro et al. (2019), los que a partir de una revisión de la literatura en la que analizan prácticas de modelación concluyen que, las prácticas de enseñanza de la Matemática mediadas con tecnología digital promueven la transformación de los procesos que invocan la modelación de situaciones problemáticas. Del mismo modo las ideas que subyacen en estos comentarios de los docentes convergen a los planteos de Villamizar et al. (2020) y Santos-Trigo et al. (2021), quienes señalan las potencialidades de las tecnologías digitales para establecer el puente didáctico entre la experimentación y la obtención de representaciones.

Por otra parte, las entrevistas en profundidad a docentes también permitieron recoger evidencia acerca de cómo los docentes utilizan las herramientas digitales para identificar patrones, relaciones, regularidades o propiedades.

(...) usamos una actividad en Desmos que trataba de ubicar cuadros, si cuelgo un cuadro lo pongo a tal distancia, dos cuadros a tal distancia, tres cuadros tal distancia, con ese ejemplo de los cuadros trabajamos las regularidades y patrones, fuimos como repitiendo y repitiendo hasta llegar a la expresión de una sucesión. Eran patrones aritméticos, la situación se podía simular a través de los cuadros que vas colgando, e iban completando una tabla de valores y luego ver la representación gráfica de esa sucesión, puntito a puntito. Eso lo hice en un tercero de liceo en inglés que tenía este tema en el programa. (Curie, p. 7, 191-197)

Otras finalidades que se perciben, en algunas propuestas de los docentes, en sus discursos y en la observación de clase, es la promoción de problemáticas que dan origen a la conjeturación y en ocasiones a la verificación de una determinada proposición. Tal es el caso del testimonio recogido como respuesta a la pregunta abierta del cuestionario; “utilizando datos de ventas de teléfonos celulares de años anteriores, organizados en una tabla, los estudiantes utilizan la herramienta Desmos para ajustar y predecir futuras ventas según modelos lineales, exponenciales, u otros creados por ellos” (CD28, p. 4, 121-123).

Los relatos analizados en esta última sección revelan la aspiración de los docentes por dotar de sentido pedagógico el uso de las herramientas digitales en función de los aprendizajes que buscan promover y la forma en la que utilizan las tecnologías digitales. Sus propuestas buscan vincular con la información que está libre en sitios de la web, en abierto y ampliamente disponible (Coll & Rivera-Vargas, 2019) y proponen la construcción de nuevos conocimientos a partir de una adecuada selección de la información y de los saberes ya existente (Selwyn, 2016).

La Tabla 33 recoge las subcategorías que hemos construido a partir de los relatos de los docentes, que hemos reunido en una única categoría ya que todas tienen en común las

posibilidades que ofrecen para la transposición de conocimiento matemático a situaciones problemáticas.

Tabla 33

Subcategorías y evidencias correspondientes a la categoría transposición del conocimiento

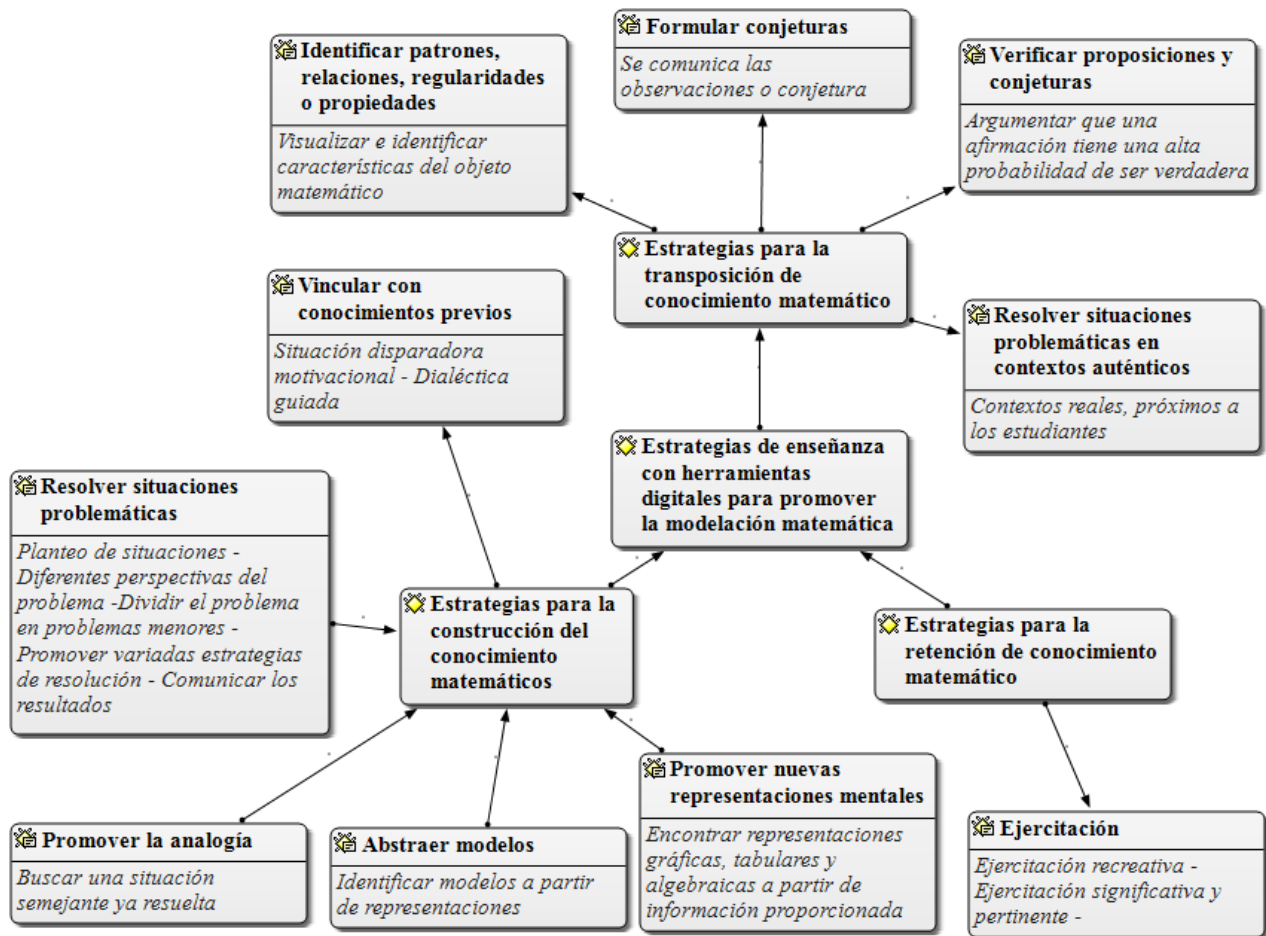
Categoría	Subcategoría	Evidencia
Estrategias para la transposición de conocimiento matemático	Resolver situaciones problemáticas en contextos auténticos	Contextos reales, próximos a los estudiantes
	Identificar patrones, relaciones, regularidades o propiedades	Visualizar e identificar características del objeto matemático
	Formular conjeturas	Se comunica las observaciones o conjetura
	Verificar proposiciones y conjeturas	Argumentar que una afirmación tiene una alta probabilidad de ser verdadera

Fuente: Elaboración personal

El trabajo con Atlas. Ti nos permitió visualizar las estrategias desplegadas por los docentes con herramientas digitales y las interrelaciones entre ellas. La Figura 27 ilustra esta red semántica. A partir de los discursos de los docentes y el ordenamiento sistemático de los datos se pudo categorizar las estrategias que los docentes despliegan con tecnología digital en el aula de Matemática. El software Atlas. Ti permitió sucesivas revisiones de las transcripciones de entrevistas lo que permitió construir un marco explicativo de categorización.

Figura 27

Red semántica de estrategias que llevan adelante los docentes



Fuente: Elaboración personal

8.2 Modelo SEIAM para comprender la forma en que los profesores de Matemática incorporan las herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas

Las evidencias recogidas a través de las entrevistas a docentes y la observación de clase, nos han permitido identificar matices en la integración de la tecnología digital en el aula de Matemática, que va desde el uso de la tecnología para suplantar procesos que se pueden realizar prescindiendo de estas hasta la posibilidad de crear nuevas actividades y ambientes de aprendizaje que sin su uso sería imposible de alcanzar. Sobre la base de lo antes expuesto, hemos propuesto un modelo gradual de integración de herramientas digitales constituido por cinco niveles basados en la función que la tecnología desempeña en las actividades propuestas por los docentes.

En primer nivel, al que hemos llamado Suplantación, los docentes de Matemática utilizan las herramientas digitales con el fin de ejercitar algoritmos de cálculo aprendidos, se modelizan situaciones imaginadas simples a través de operaciones para reforzar algoritmos de las operaciones básicas. El uso de la tecnología es meramente instrumental, siendo su función remplazar lo que se puede hacer con lápiz y papel para llevarlo adelante de forma digital.

Los siguientes testimonios son una muestra elocuente de la función para que se utilizan; “en el liceo público en el que trabajo la plataforma CREA y en el colegio en el que trabajo la plataforma Moodle hago cuestionarios, subo repartidos para que no fotocopien (Carla, p. 2, 60-62).

(...) la Plataforma PAM, las veces que la usé fue para ejercitar técnicas, operaciones con fracciones. La utilicé porque quería buscar actividades para trabajar con los niños en los dispositivos y a partir de la sugerencia de un docente usé PAM como herramienta de ejercitación, y me sirvió muchísimo. (Roberto, p. 8, 250-253)

En un segundo nivel, que denominamos Exploración, la tecnología digital va ganando presencia, se las utiliza como una extensión de lo que se hace en el cuaderno de clase en procura de que los estudiantes puedan visualizar los aspectos que comprende un determinado concepto matemático o para comprobar un resultado.

(...) GeoGebra la ventaja que le veo al poder mover visualizan mucho más rápido propiedades que si tuvieran que hacer las construcciones en papel. Antes cuando no conocía GeoGebra les hacía hacer en papel a cada uno un triángulo distinto y un punto notable y que sacaran conclusiones, a pesar de que todos hicieron triángulos distintos había cosas que eran todas iguales (...) la ventaja es que tienen computadora entonces pueden manipular y a su vez puedo mostrarles en el proyector. (Emma, p. 7, 214-221)

Además de la visualización y comprobación, otras de las actividades puestas en juego en este nivel son; exploración y experimentación, estimación de soluciones numéricas, resolución de problemas algorítmicos de numeración por medio de la programación.

(...) un proyecto fue construir el plano del salón de clase donde tenía que contener cuestiones de Educación Visual y Plástica no solo de Matemática, les pedía que buscaran alguna herramienta que les permitiera representar tridimensionalmente esa maqueta de la clase, (...) el FloorPlanner pero los deje a los chiquilines buscar solos que exploraran como podíamos hacer la representación. Muchos alumnos experimentaron para crear un plano de la clase y llevarlo a 3D. (Dora, p. 3, 90-95)

La naturaleza de algunas propuestas didácticas que aparecen en los relatos de los docentes entrevistados, así como en las observaciones de clase realizadas, permitieron diferenciar un tercer nivel de integración de las tecnologías digitales, al que hemos llamado Incorporación, porque es en ellas que se identifica un uso específico para el trabajo matemático y la matematización de situaciones problemáticas.

Este nivel se caracteriza porque los profesores despliegan actividades en las que la función de la tecnología digital está asociada a encontrar representaciones algebraicas y representaciones gráficas y tabulares a partir de información proporcionada. Los siguientes testimonios son elocuentes de este uso que realizan algunos docentes, “cuando trabajamos con la función lineal a partir de una receta de cocina y con los ingredientes vamos cargando en una tabla en GeoGebra las cantidades y podemos visualizar como varían ingredientes a medida que variamos las cantidades” (Atlanta, p. 3, 86-89). De igual manera Leandro

destaca, “les encantó utilizar el GeoGebra con el celular. Lo usamos para el trabajo con puntos y líneas notables, tenían la posibilidad de mover, explorar con la figura. Al principio fue mucho de mostrarle herramientas por primera vez y sin embargo se reengancharon y terminaron investigando ellos solos” (Leandro, p. 3, 77-82).

Un nivel jerárquicamente superior a los que hemos descrito es el nivel de Ampliación en el que el uso de las herramientas digitales enriquece la modelación de las situaciones problemáticas. Las tareas asociadas a este nivel posibilitan una mayor comprensión de los contenidos puestos en juego para resolver el problema y la tecnología digital transforma significativamente la tarea de modelación. Las actividades vinculadas a este nivel son: formular y argumentar conjeturas a partir de las relaciones que encuentra entre las formas, sus propiedades y atributos medibles, tal como quedó señalado en el siguiente testimonio,

(...) hay una página que se llama Desmos, ellos proponen actividades que le llaman modelado. (...) A mí lo que me gusta porque ahí es el momento que me permite ver como los estudiantes van utilizando la Matemática que estuvieron aprendiendo, como la ponen en juego, porque yo no les digo tu tenes que usar esto que aprendimos la clase pasada, (...) Capaz no llegan a la respuesta correcta, pero si les sirven para llegar a conclusiones, pueden hacer conjeturas. (Roberto, p. 5, 156-164)

Por último, en el quinto nivel, que hemos llamado Maximización, las herramientas digitales se utilizan para crear nuevas actividades y ambientes de aprendizaje que sin su uso sería imposible. Así es que las actividades asociadas a la realización de demostraciones geométricas y algebraicas visuales, la simulación de movimientos (Geometría Dinámica), el trabajo sobre situaciones problemáticas auténticas que den cuenta de que el alumno transita por los procesos del ciclo de MM, son las que caracterizan a este nivel. Presentamos a continuación, el testimonio de Leandro que da cuenta de este uso:

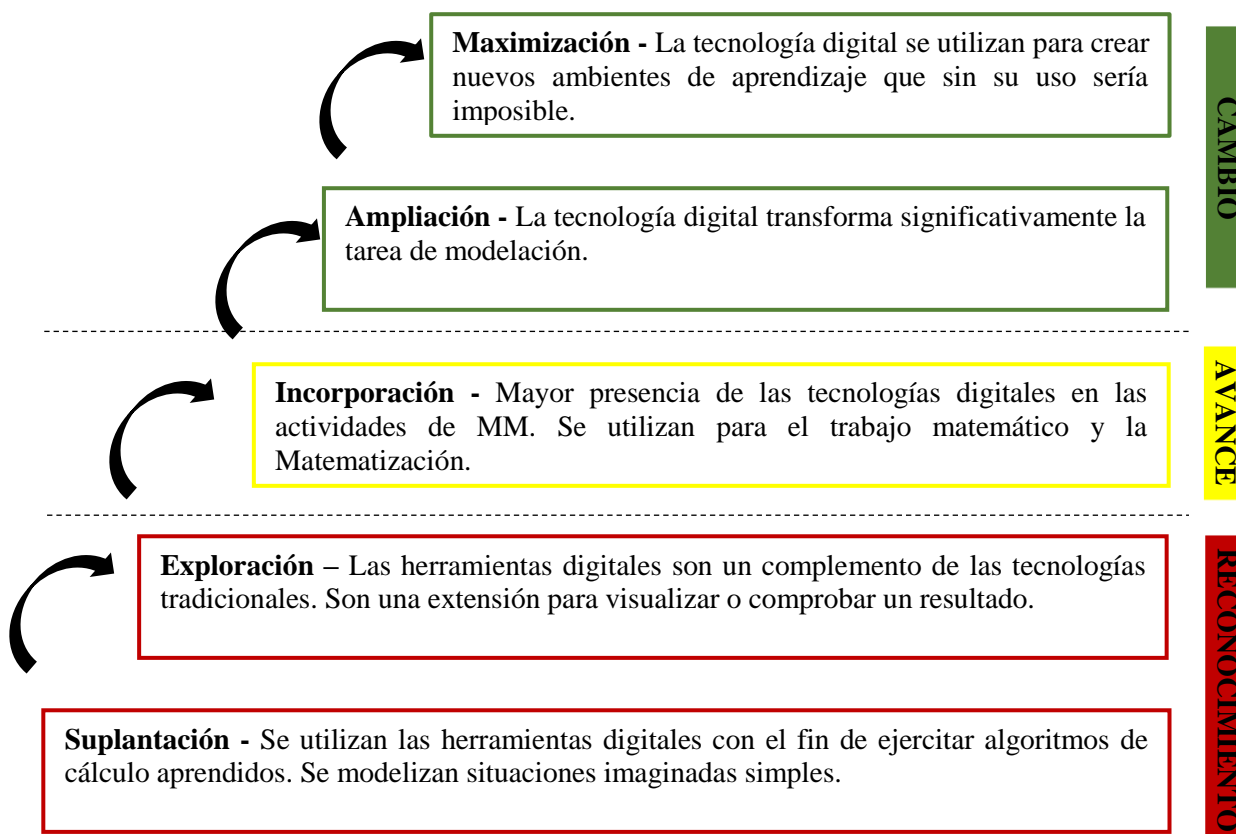
(...) en segundo y tercero utilizo GeoGebra para el trabajo con funciones en este caso lo utilizo para observar relaciones con los coeficientes y los trazados. Que vayan observando y si no han visto el tema de la animación les enseño el uso de parámetros

y que vayan viendo que ocurre cuando va variando. Los deslizadores los explico cómo funcionan, mismo en la rotación les muestro como la figura varía según un alfa. (Leandro, p. 9, 294-299)

Por último, cabe señalar nuestra decisión de agrupar estos niveles en tres capas. La primera capa formada por los dos primeros niveles, tienen como propósito reconocer los conceptos matemáticos propuestos por el docente a través de la mediación de la tecnología digital, la segunda capa la conforma el nivel 3 e implica un avance en la incorporación de las herramientas digitales para el logro de los aprendizajes, finalmente los dos últimos niveles conforman una capa en la que la tecnología transforman las actividades de enseñanza. Los niveles y capas construidos se presentan a continuación en la Figura 28 obtenida a partir de los análisis realizados con el software Atlas. Ti.

Figura 28

Modelo SEIAM interpretativo de adopción de las herramientas digitales



Fuente: Elaboración personal

8.3 Actividades de enseñanza que describen los profesores de Matemática con herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas

Para identificar las actividades de enseñanza mediadas con tecnología digital descritas por los docentes se realizó un análisis de los fragmentos de información que contienen las respuestas de los docentes en uno de los apartados del cuestionario. Este apartado contenía una pregunta abierta en la que se les solicitó, describir alguna actividad de enseñanza con herramientas digitales que promueva la MM y que haya desarrollado en algún curso del Ciclo Básico. Se realizó un proceso de revisión y análisis recurrente de los significados de las respuestas dadas por los docentes y a partir de él se agruparon según el tipo de actividad y el nivel correspondiente en el modelo SEIAM.

Seguidamente presentamos, en la Tabla 34 una matriz conteniendo las capas del modelo SEIAM y los tipos de relatos más frecuentes asociados a cada nivel, que surgen a partir de la codificación de las respuestas a la pregunta abierta.

Tabla 34

Testimonios asociados a cada capa del modelo SEIAM

Capas	Testimonio asociado
Reconocimiento	<p>Utilizó la PAM para trabajar ejercicios de funciones (P2, p. 1, 14)</p> <p>A partir de pinturas de Escher vinculación con isometrías. Utilización de juegos para introducir temas o reforzar conocimientos (P103, p. 13, 384-385)</p> <p>Una sencilla en primer año es usar la practicar la regla de los signos para multiplicar y dividir (P134, p. 17, 519-520)</p> <p>Visualizar en GG función lineal, ceros y signo, ordenada en el origen y monotonía. Investigar relación entre la pendiente y el ángulo que forma la recta con el eje x. Representamos gráficamente funciones de segundo grado y visualizamos ceros, signo, monotonía, concavidad. Investigamos que ocurre con el discriminante de la ecuación de segundo grado y la función cuadrática asociada (P1, p. 1, 4-8)</p> <p>He usado Dragon Box para empezar con álgebra (P19, p. 3, 94)</p> <p>El embaldosado del piso de una casa con polígonos, utilizando GeoGebra (Teselación del plano) (P18, p. 3, 91)</p>

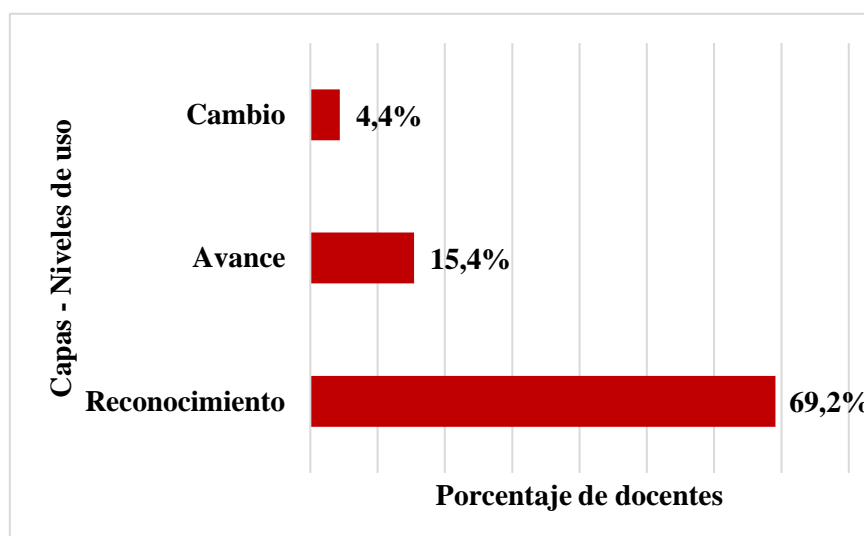
Avance	<p>Descripción de la trayectoria de una pelota (a partir de algún penal que se pueda visualizar). Luego de la realización de dicha descripción asociar esa trayectoria con varias funciones, hallando puntos del plano con ciertas expresiones dadas. (P13, p. 2, 58-60)</p> <p>Realicé una actividad para descubrir simetría axial en diferentes momentos de la vida cotidiana. En esta actividad, propuesta en genially, los alumnos debían recorrer las principales pinturas, banderas, esculturas y monumentos históricos de cada uno de los continentes (P16, p. 3, 75-78)</p>
Cambio	<p>Con los datos de ventas de teléfonos celulares de años anteriores, los estudiantes utilizan la herramienta Desmos para ajustar y predecir futuras ventas según modelos lineales, exponenciales, u otros creados por ellos (P28, p. 4, 121-123)</p> <p>Con Desmos, se realizó una actividad sobre una carrera de atletismo, en la que el trayecto de cada competidor podía ser modelado mediante una función lineal, visualizando la velocidad y el tiempo utilizado mediante un video (P39, p. 6, 173-175)</p> <p>Trabaje de forma coordinada con algunos profesores de informática lenguaje de programación para introducir demostraciones matemáticas (P109, p. 13, 400-401)</p>

Fuente: Elaboración a partir de los códigos derivados de las respuestas de los docentes

Se constató que 7 de cada 10 profesores, de los 212 que completaron la encuesta digital, describían actividades asociadas a la categoría reconocimiento, el 15,4% de los docentes especifica un uso de las herramientas digitales para el trabajo matemático y la matematización de situaciones problemáticas, y sólo el 4,4% describe actividades en las que se utilizan la tecnología digital con el propósito de promover nuevos escenarios de aprendizaje que sin ella serían imposibles de originar. A continuación, se presenta en la Figura 29 los niveles de uso de las herramientas digitales según actividades vinculadas a las capas del Modelo SEIAM.

Figura 29

Actividades que realizan los docentes para promover la MM según capas



Fuente: Elaboración personal

Otro de los aspectos analizado en esta etapa de integración de resultados lo constituyó el estudio del énfasis con que los profesores declaran abordar actividades con herramientas digitales según las distintas dimensiones: reconocimiento, avance y cambio.

El análisis se realizó, a partir de los datos recogidos de la sección 6 del cuestionario “Uso pedagógico de las herramientas digitales” en la que se consultó a los docentes el grado de acuerdo respecto al uso que hacen de las herramientas digitales para resolver situaciones problemáticas para: a) validar e interpretar un modelo; b) visualizar y reconocer los conceptos matemáticos que encubre la situación para desarrollar un modelo; c) simular situaciones contextualizadas; d) ampliar la comprensión de las situaciones problemáticas; e) ampliar las posibilidades de experimentar con las situaciones problemáticas y f) investigar representaciones múltiples.

El énfasis con que cada profesor declara que utiliza actividades de reconocimiento, avance y cambio, se obtuvo al agrupar las opciones de respuesta del siguiente modo: a) y b) asociadas a actividades con las que hemos definido la dimensión reconocimiento; d) y f) vinculadas

con la dimensión avance y, c) y e) con el cambio. A partir de estos agrupamientos y teniendo en cuenta que cada opción de respuesta adopta valores discretos de 1 a 4 (escala Likert de 4 puntos) se obtuvo para cada docente una terna de valores que representa el énfasis con que realiza actividades de cada dimensión.

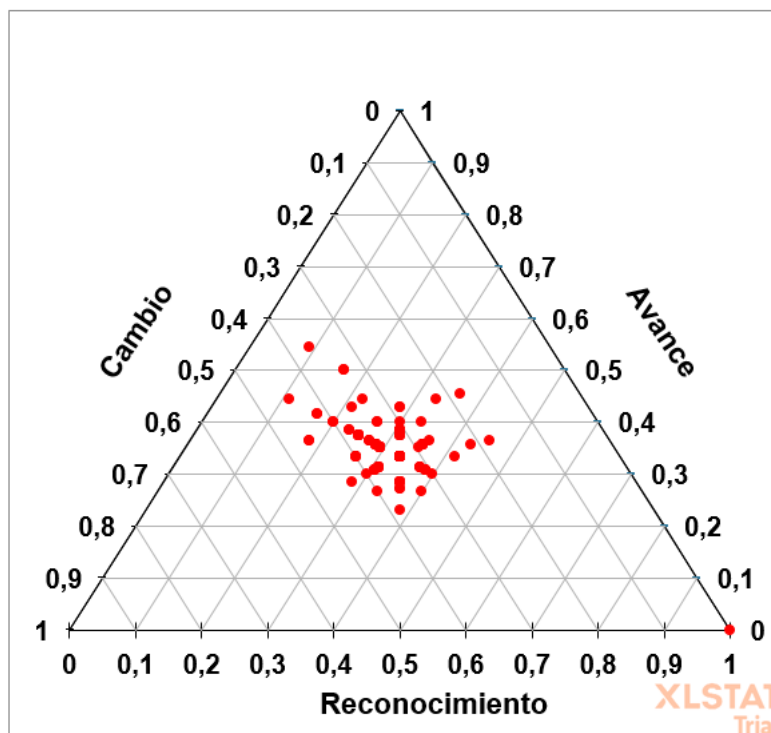
Esta terna se ubicó en un espacio en forma de triángulo equilátero (espacio muestral o simplex) en la que cada lado representa una de las tres dimensiones constitutivas del modelo SEIAM, graduado con una escala del 0 al 1. Para ubicar el punto en el simplex se utiliza la terna (r, a, c) , donde r, a y c representan los valores determinados para cada docente a partir de las expresiones: $[r] = \frac{r}{r+a+c}$; $[a] = \frac{a}{r+a+c}$ y $[c] = \frac{c}{r+a+c}$

De este modo, un punto en el simplex representa un docente en función de la forma en que incorporan las herramientas digitales para la modelación de situaciones problemáticas. Un punto en el centro del simplex corresponde a un docente que incorpora la tecnología digital de igual manera en actividades de las tres dimensiones. Los puntos que se encuentra hacia el vértice inferior derecho del triángulo representan a docentes que utiliza más actividades con herramientas digitales vinculadas a reconocimiento que a actividades que promueven el avance y el cambio. Del mismo modo, aquellos puntos que se encuentran próximos al vértice inferior izquierdo del simplex representan a docentes que utilizan tecnología digital con un uso hacia el cambio mayor que las actividades de reconocimiento y avance. Finalmente, los puntos que se encuentran próximos al vértice superior del triángulo representan a docentes que se manifiestan más afines a realizar actividades que promueven el cambio más que el reconocimiento y avance.

La Figura 30 corresponde al simplex obtenido a partir del análisis realizado con el software XLSTAT (complemento de análisis de datos para Excel que le ofrece a los usuarios analizar, personalizar y compartir resultados en Microsoft Excel) con los datos recogidos por el cuestionario.

Figura 30

Simplex que representa el énfasis en las actividades declaradas por los docentes



Fuente: Elaboración personal

En el gráfico puede observarse la tendencia a reportar estrategias de enseñanza mediadas con tecnología digital, que contemplan actividades propias de la dimensión avance y en menor medida cambio. Por otra parte, las actividades de la dimensión reconocimiento son reportadas como las que menos utilizan.

De esta forma, a partir de los análisis realizados en esta sección, las concepciones de los docentes en cuanto al sentido de las herramientas digitales para mediar la enseñanza de la Matemática y promover la modelación de situaciones problemáticas, se muestran afines a desarrollar actividades que promuevan el avance y cambio (niveles 3, 4 y 5 del modelo) sin embargo los ejemplos de actividades que desarrollan con tecnología son principalmente de la dimensión reconocimiento.

**CUARTA PARTE: CONCLUSIÓN Y DISCUSIÓN - ALCANCE Y
LIMITACIONES DE LA INVESTIGACIÓN - LÍNEAS DE
INVESTIGACIÓN FUTURAS**

CAPÍTULO 9: DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El capítulo que iniciamos a continuación reúne una serie de discusiones y conclusiones que devienen de los resultados obtenidos a partir de los análisis realizados y presentados en la tercera parte de nuestro trabajo y que se articulan con los componentes del diseño teórico de la investigación. Estos procesos no son conducentes de una nueva información, sino que nos permiten una nueva etapa de triangulación (Cisterna, 2005), que posibilita una reestructuración de la información con el propósito de dar respuesta a las preguntas y objetivos que nos hemos formulado para este estudio.

Cabe señalar, que más allá de las limitaciones inherentes de nuestra investigación y las restricciones propias de un trabajo de corte académico como lo es una tesis doctoral, consideramos que los hallazgos alcanzados permiten ampliar el campo del conocimiento sobre las estrategias pedagógicas que llevan adelante los docentes de Matemática mediadas con herramientas digitales. Entendemos que los resultados, también pueden aportar información a la formación de los futuros profesores de Matemática asociada al uso de la tecnología digital para la enseñanza, en especial de la MM.

Con posterioridad a la discusión y conclusiones hemos incorporado un apartado en el que se comparten algunas limitaciones de nuestro trabajo, producto de decisiones que se tomaron a lo largo del trabajo, que van desde la delimitación del objeto de estudio a la elección de una estrategia metodológica mixta adoptada para esta investigación.

Finalmente, proyectamos algunas líneas de estudio que se desencadenan a partir de los hallazgos más relevantes de esta investigación.

9.1 Discusión integral de los resultados

En esta sección discutimos sobre la apropiación de los docentes de las herramientas digitales, su inclusión en sus prácticas de enseñanza y las creencias que estos tienen que influyen en el uso pedagógico como un medio para promover nuevos escenarios y experiencias de aprendizaje con modelos matemáticos. A partir de los estudios cuantitativos y cualitativos realizados ha sido posible explorar, identificar y analizar, las estrategias pedagógicas que afirman llevar adelante los profesores con herramientas digitales, para la enseñanza de la Matemática y promotoras de la MM.

El tipo de actividades que utilizan para la enseñanza, las habilidades que promueven las herramientas digitales y el mapeo de las tecnologías digitales que emplean los docentes fueron algunos de los factores que hemos identificado y que nos han llevado a conocer y comprender las estrategias de enseñanza mediadas con tecnología digital que despliegan los profesores. Asimismo, hemos podido confirmar algunas de las ideas que hemos desarrollado en el marco teórico de referencia, particularmente sobre las creencias de los docentes sobre la enseñanza y aprendizaje de la Matemática y el empleo de las tecnologías digitales como parte de su práctica pedagógica.

9.1.1 Competencias digitales y pedagógicas para la promoción de la MM

Del mismo modo que lo señalaban Rodríguez Zidán et al. (2017), los hallazgos de nuestra investigación muestran que la capacidad de los profesores para utilizar el conocimiento matemático para promover el uso de modelos en situaciones problemáticas a través de las herramientas digitales es en general limitada. Este hecho se constata dado que la mitad de los profesores que participaron del estudio muestran niveles de habilidad digital media y 4 de cada 10 docentes presenta una habilidad digital baja, siendo solo el 8.4 % los docentes que han demostrado tener alta competencia para la modelación.

Esta habilidad digital media-baja con que se auto perciben los docentes, para la promoción de la modelación, los ubica como consumidores de materiales digitales ya elaborados por otros más que como verdaderos hacedores de sus propios recursos digitales.

En este mismo sentido, un hallazgo que consideramos relevante de nuestro estudio resultó al analizar el grupo de profesores con menor experiencia docente, que hemos caracterizado como los que tienen menos de 10 años de trabajo en la función. Estos docentes son los que presentan el índice más alto de habilidad digital para la promoción del proceso de MM. Este resultado resulta llamativo dado que, por lo general, este grupo está constituido mayoritariamente por una población joven, aunque somos conscientes de que algunos profesores se inician en la docencia a una edad avanzada.

Dado que hemos tenido en cuenta, para definir el índice de habilidad digital aspectos como: la facultad del docente para elaborar materiales didácticos digitales, el empleo de actividades digitales para resolver situaciones problemáticas que él mismo diseñó o que bajó de un repositorio de actividades para la enseñanza y la utilización del software GeoGebra para promover procesos de visualización, exploración, experimentación y modelación, parece razonable que los más jóvenes sean los más competentes respecto al dominio de habilidades digitales. Seguramente en la medida que estos docentes comienzan a incorporar un mayor número de experiencias de aprendizaje que se relacionen, tanto con la didáctica para la enseñanza de la Matemática como con la inclusión de la tecnología digital con un sentido pedagógico en las aulas, irán incorporando nuevos conocimientos que les permita transformar las prácticas tradicionales de enseñanza.

En forma paralela, un hallazgo que se muestra en el mismo sentido que el analizado en el párrafo anterior, se relaciona con los estudios superiores de los docentes. Se constató que la habilidad digital para la promoción de la modelación aumenta en la medida que los docentes se forman en estudios de posgrados, como diplomas y maestrías.

A partir de lo antes señalado, surge la importancia de contar con planes y programas de estudio tanto en la formación inicial de los docentes como en la formación en servicio que contribuyan a la preparación de estos colectivos para la inclusión de las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática. En particular para promover espacios que permitan el trabajo en la modelación de situaciones problemáticas, de manera que se puedan gestar transformaciones profundas en las prácticas de los futuros profesores de Matemática (Rodríguez Zidán et al., 2017).

A su vez, Uruguay cuenta con una política pública como Plan Ceibal que desde hace 15 años ofrece formaciones específicas para los docentes en varias áreas, en particular en Matemática, con un alto componente práctico, tanto para estudiantes de formación docente como para docentes en actividad. Uno de los grandes desafíos que se plantean está dado por promover mayores espacios formativos, articulados desde la ANEP con Plan Ceibal, con los que se pueda aprender a utilizar las herramientas digitales con un sentido pedagógico y que sean verdaderos agentes de transformación de viejas prácticas instauradas. Esta articulación posibilitaría un acercamiento de las conceptualizaciones teóricas con la práctica a través de las cuáles se puedan diseñar nuevos marcos de referencia donde el conocimiento matemático se enriquezca.

9.1.2 Inclusión de las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática

Los hallazgos de nuestra investigación nos condujeron a otro resultado que es coincidente con los trabajos de Esteve et al. (2016). Se concluyó que lo que da sentido al diseño de verdaderos espacios para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática con tecnología digital, es que el docente se sienta seguro y confiado de integrar las herramientas digitales a las aulas combinándolas con su conocimiento pedagógico. De este modo la tecnología digital es utilizada por los docentes para propiciar entornos para la generación de nuevos conocimientos y la reconstrucción de aquellos que aun siendo conocidos por el estudiante posibilitan nuevas formas de entender los conceptos.

A partir de los testimonios de los docentes que hacen referencia a la integración de las herramientas digitales para la enseñanza, se constató que la frecuencia con que las utilizan se asienta en las posibilidades que les brindan los softwares educativos. Los docentes señalan variados aspectos que van desde reconocer el potencial que las mismas tienen para visualizar, explorar y experimentar, pasando por las dinámicas de interacción que propician y en especial, porque les facilita el apoyo y seguimiento de los procesos de aprendizaje, tal es el caso de la Plataforma PAM. En este sentido, de acuerdo con las evidencias colectadas, un hallazgo que resultó trascendente para nuestro trabajo fue constatar que la inclusión de las herramientas digitales para la enseñanza de la MM en las actividades propuestas por los docentes es relativamente poco frecuente.

Tanto la observación de las actividades desarrolladas en la clase durante nuestras visitas, como las descripciones de las actividades de enseñanza mediadas con tecnología digital que describen los profesores, nos han posibilitado ver e inferir el enfoque instrumental, apoyado en la retención y en menor medida en la transposición de conocimiento, que les dan a sus experiencias de aprendizaje.

Finalmente, un nuevo elemento que resulta de interés destacar, está vinculado a la preparación de las actividades que utilizan para la enseñanza. Según los comentarios realizados por los docentes, en varias oportunidades, la elaboración de los materiales se realiza en forma conjunta y colaborativa con otros profesores de Matemática que a su entender poseen mayores competencias digitales. Este hecho estaría promoviendo verdaderos espacios para el aprendizaje y la discusión entre docentes que podría estar gestando comunidades de aprendizaje entre los profesionales de la enseñanza de la Matemática.

Los docentes más experimentados son los que tienen menor habilidad digital para la MM, según hemos podido determinar a partir de las pruebas de hipótesis, sin embargo, desarrollan estrategias alternativas de aprendizaje con grupo de pares de forma colaborativa, que les permiten superar la ausencia de competencia digital y les permite desempeñarse con mayor eficiencia al momento de incluir la tecnología en el aula.

9.2 Conclusiones en base a los objetivos y preguntas de investigación

Una de las primeras acciones que llevamos adelante en esta investigación, fue definir con exactitud cuál sería nuestros problemas de estudio. Esto nos condujo a una serie de entrevistas abiertas, exploratorias con expertos en la temática de la enseñanza con tecnología digital, para cumplir este propósito. Así es que se identificó el que sería nuestro problema de investigación: el escaso conocimiento fundamentado en investigaciones empíricas que permitan saber, las estrategias de enseñanza que llevan adelante los profesores de Matemática con herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas y como conciben el uso con sentido pedagógico de la tecnología digital para mejorar las experiencias de aprendizaje.

Esto nos llevó a plantearnos la siguiente pregunta central que orientó todas las acciones que hemos desarrollado a lo largo del trabajo: ¿cuáles y cómo son las estrategias de enseñanza, que despliegan los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Montevideo, con herramientas digitales que promueven los procesos de Modelación Matemática?

Nuestro esfuerzo como investigadores no estuvo en dar respuestas definitivas a la pregunta central, sino en reunir evidencias que hemos recolectado a través de técnicas cuantitativas y cualitativas con el propósito de ampliar el conocimiento y la comprensión sobre el fenómeno de estudio y sobre los objetivos específicos que hemos formulado y que han servido para marcar el trayecto de la investigación.

Hemos organizado los párrafos siguientes a partir de los objetivos específicos planteados en esta investigación, las preguntas que dieron origen a su formulación y las conclusiones que se derivan del trabajo y que han servido para comprender y conocer los aspectos señalados en cada uno de ellos.

A través del objetivo específico 1 nos propusimos: identificar las estrategias que afirman emplear los docentes, con herramientas digitales, para la enseñanza de la Matemática. Este objetivo se formuló con el propósito de aproximarnos a respuestas tentativas a las siguientes interrogantes:

- ¿Qué estrategias basadas en herramientas digitales declaran utilizar los docentes de Matemática en su práctica cotidiana de enseñanza?
- ¿Cuál es la importancia que le otorgan a la mediación pedagógica de las herramientas digitales en sus prácticas de enseñanza?
- ¿Qué recursos digitales les resultan más adecuados para promover la MM en su práctica de enseñanza?

En los discursos y prácticas de los docentes que han participado de este trabajo, hemos podido agrupar a las estrategias que utilizan los docentes en tres grandes familias de acuerdo con los propósitos que persiguen. Estos propósitos pueden buscar: la retención del conocimiento, la transposición del conocimiento y la construcción de nuevos saberes. La importancia que los docentes le dan al uso de las herramientas digitales en cada una de las estrategias es diferente.

Cuando despliegan estrategias con las que buscan la retención del conocimiento, la tecnología digital que utilizan apunta a las posibilidades que tienen algunas plataformas y softwares para la ejercitación de un concepto o algoritmo matemático. Tal es el caso de la plataforma PAM que utilizan para practicar un determinado tema, realizar pruebas diagnósticas y en los espacios de EPI (Plan Ceibal, 2020). De igual modo aplicaciones como Dragon Box, permite la ejercitación de las nociones más importantes del Álgebra a través del juego. Una de las ventajas que señalan los docentes del uso de las plataformas de aprendizaje como PAM es su adaptabilidad y apoyo a las experiencias de aprendizaje personalizadas a los alumnos.

Las evidencias que nos han llevado a caracterizar este tipo de estrategias parecen señalar una subvaloración de uso de las herramientas digitales en la construcción del conocimiento matemático y en particular de la modelación de situaciones problemáticas. Esta situación se observa claramente en los ejemplos que señalan algunos docentes asociados a los modos de integración pedagógica de las herramientas digitales que utilizan para la promoción de modelos.

La apropiación y sentido que le dan al uso de las herramientas digitales un grupo de profesores permitió caracterizar un segundo tipo de estrategias basadas en tecnología digital en las que el foco está en la construcción del conocimiento matemático. Estos docentes afirman utilizar el software para vincular con conocimientos previos de los estudiantes y a partir de ellos avanzar hacia nuevos contenidos. En los procesos de construcción de saberes los docentes destacan el papel que juegan la tecnología digital a la hora de establecer conexiones a la interna de la Matemática y entre ésta y el mundo cotidiano. Además, destacan las posibilidades de representar los objetos matemáticos de un modo que facilita la comprensión de los conceptos. Cabe señalar las menciones que hace este colectivo de

docentes asociadas a las posibilidades que brindan herramientas digitales como GeoGebra, Plataforma Desmos, Micro: bit, Scratch y MathCityMap, para construir el conocimiento en forma colaborativa y ser utilizadas para argumentar y justificar sobre conceptos y resultados propios de la disciplina, mediante la exposición y confrontación de argumentos y razonamientos, lo que contribuye a desarrollar en los estudiantes habilidades de pensamiento de orden superior.

Por último, se encontró un grupo de estrategias que tiene como propósito principal aplicar la Matemática a problemas del entorno de próximo del estudiante o a problemas que si bien pueden no ser de su entorno están vinculados con la realidad. Estos docentes tienen en cuenta un conjunto de conocimientos y habilidades digitales asociadas a una gran variedad de recursos tecnológicos, que les permite incorporar a su práctica estrategias pedagógicas que contribuyen con el aprendizaje de los estudiantes. Así es que en sus discursos aparecen reiteradas menciones al uso de problemas contextualizados, la identificación de regularidades numéricas y geométricas que los conduce a la formulación de propiedades y conceptos y el uso y diseño de modelos con lo que pueden interactuar a través de softwares.

Los docentes que desarrollan estrategias de enseñanza mediadas con tecnología digital para la construcción del conocimiento matemático, se manifiestan conocedores de cómo funcionan una gran variedad de recursos digitales (tienen incorporado el conocimiento tecnológico), y se muestran sabedores de los impactos que produce las herramientas digitales al incorporarlas al conocimiento matemático que ya domina (conocimiento tecnológico del contenido). Los profesores que desarrollan estrategias de enseñanza con tecnología digital para la trasposición del conocimiento matemático además del conocimiento tecnológico y del conocimiento tecnológico del contenido dominan las competencias tecno-pedagógicas. A través de estas desarrollan estrategias para la comprensión de los conceptos, despliegan nuevas metodologías de enseñanza, creativas e innovadoras para abordar los contenidos utilizando la tecnología (Koehler & Mishra, 2008).

Otros hallazgos que han servido para identificar las estrategias que afirman emplear los docentes, con herramientas digitales, para promover la MM están asociadas a los tipos de tareas que los docentes proponen para el trabajo en clase.

Como ya se señaló en el marco teórico de este trabajo, hemos considerado la modelación como un proceso en el interactúan dos sistemas que pueden ser diferentes o no. Por otra parte, la intervención del sistema modelador sobre el sistema que va a ser modelado puede ser para cumplir con objetivos diversos, para la predicción de un determinado fenómeno o acontecimiento, para el análisis y diagnóstico o la evaluación. Del mismo modo que lo definieran en su trabajo Villa-Ochoa et al. (2017), los hallazgos de nuestro estudio respecto a los tipos de actividades que los docentes emplean en el aula son coincidentes con algunas de las categorías propuestas por estos autores.

Según se ha podido constatar, los tipos de actividades que proponen el grupo de docentes de Matemática que han participado del estudio al integrar herramientas digitales en sus prácticas, están asociadas al uso de situaciones que involucran tareas del dominio extramatemático y las que se focalizan en problemas del dominio intramatemático. Esta tipificación de tareas emerge a partir de centrar la atención en la descripción de las situaciones o ejercicios que los docentes manifiestan llevar adelante con tecnología digital y con las que se buscan promover la MM.

Se concluyó que las actividades propuestas por los docentes son de dos grandes tipos: las que interactúa la Matemática con un sistema externo a ella (la realidad o evocaciones de ella), las que reconocimos como actividades del dominio extramatemático y las que involucra situaciones problemáticas en las que ambos sistemas son la Matemática, es decir son actividades del dominio intramatemático. Dentro de la tipológica de problemas de dominio extramatemático, se pudo constatar actividades con diferente característica que nos llevó a desagregarlas del siguiente modo: a) proponen enunciados verbales imaginados; b) introducen enunciados verbales auténticos y c) forman parte de un proyecto interdisciplinario escolar. Asimismo, los relatos de los docentes permitieron identificar para la tipología de problemas de dominio intramatemático, cuatro subcategorías: a) construir y manipular representaciones; b) simulación de movimientos y formas; c) reforzar un modelo matemático enseñado y d) programación algorítmica, que fueron asociadas para construir la categoría situaciones de dominio intramatemático.

Las decisiones que adoptan los docentes al seleccionar las tareas, si bien persiguen objetivos para cumplir con el programa relativo a su grado, se fundan en iniciativas personales que derivan de sus creencias sobre la Matemática y sobre la forma en que las tecnologías digitales median en los procesos de enseñanza de esta. Según se ha podido observar, los docentes con menor experiencia docente, para el ejercicio de la función, ponen su foco en actividades de carácter instrumental, relacionadas con la ejercitación y con el reforzamiento de modelos matemáticos enseñados a priori. Para estos docentes la capacidad de las herramientas digitales parecería estar en el potencial de estos recursos para el tratamiento de los contenidos matemáticos. Por el contrario, los profesores con mayor experiencia proponen actividades que siguiendo los objetivos del curso se centran en el alumno, y son promotoras de espacios de aprendizaje significativos.

Otra de las conclusiones que surgen de los resultados de la investigación, permite establecer los recursos digitales más adecuados para la promoción de la MM en su práctica de enseñanza. El software de Geometría Dinámica GeoGebra es el más utilizado por los profesores, 8 de cada 10 docentes que participaron del estudio manifiesta utilizarlo. Este hallazgo guarda estrecha relación con los trabajos de Vaillant et al. (2019) y Rodríguez Zidán et al. (2015) en tanto que plantean que además de permitirles satisfacer sus demandas curriculares, posibilita nuevas formas de apoyar visualmente los objetos matemáticos y sus interacciones. Los profesores señalan las ventajas para la exploración y experimentación, así como para la generación de espacios de aprendizaje en los que se puede comprobar relaciones y determinar invariantes cuando dinamizan las figuras. Este software potencia los procesos de modelación, aumentan notoriamente la interacción y fomentan el trabajo colaborativo. La relevancia que los docentes le otorgan, al uso de los softwares dinámicos, focaliza principalmente en la posibilidad que proporcionan para realizar el “arrastre” de los objetos geométricos mejorando la visualización de propiedades producto del análisis de variados casos, potenciando la posibilidad de realizar conjeturas que luego pueden ser comprobadas visualmente. Todo esto promueve la motivación y mejora la autonomía en los estudiantes.

Se constató el uso de otros softwares de Geometría Dinámica como Desmos y Cabri Géomètre, el primero lo utilizan junto a secuencias didácticas que seleccionan de la

Plataforma Desmos de actividades y la segunda principalmente para el trabajo en geometría del espacio.

En nuestra investigación, de igual modo que los señala Coll et al. (2008), el uso que los docentes hacen de las herramientas digitales está determinado en buena medida por la esencia y las características del software, tal como se evidenció con GeoGebra, pero también por los contenidos y objetivos incluidos en los programas de cada curso. Tal es el caso de las hojas de cálculo tanto de GeoGebra y Excel utilizadas por los docentes para el trabajo en Estadística y Probabilidad. Este uso también puede estar establecido por los modos en que la actividad puede organizarse en forma colaborativa (Coll et al., 2008), como ocurre con recursos tecnológicos vinculados con la programación.

En sus discursos se pudo constatar el uso de MakeCode para Micro: bit, Scratch, MateFun y GeoGebra script que permiten a los docentes organizar la actividad y aprovechar la programación básica para el trabajo de contenido matemático. Asimismo, los testimonios y la observación de clase realizada nos han permitido comprobar que algunos utilizan la resolución de problemas para diseñar pequeños algoritmos y sistemas basándose en conceptos primarios de la programación, planteando soluciones del entorno del estudiante elementos constitutivos del pensamiento computacional (Papert, 1980; Wing, 2010).

Por otra parte, las plataformas son señaladas por los docentes como el otro gran recurso tecnológico que utilizan. La plataforma PAM de aprendizaje es el segundo software más utilizado, luego de GeoGebra, aproximadamente de la mitad de los docentes que participaron del estudio (49,5 %) lo utilizan. El uso mayor se realiza para actividades de Aritmética y Álgebra, aproximadamente 8 de cada 10 docentes las utiliza con este propósito. Por otra parte, si bien el empleo de la PAM para actividades relativas a Estadística y Probabilidad está relegado, cuando se compara con la frecuencia de uso de GeoGebra para estas temáticas los profesores prefieren utilizar la primera. De igual modo se constató el uso de las plataformas, MathCityMap con la que los estudiantes pueden aplicar los conocimientos matemáticos fuera del salón de clase, lo que les permite una perspectiva de Matemática aplicada a la realidad y PhET para las simulaciones y la modelación, aunque reportadas por pocos docentes.

A través del objetivo específico 2 nos propusimos: establecer la relación entre las estrategias utilizadas por los docentes con herramientas digitales para la MM, y el género, la edad, el tipo de gestión de la institución en la que se desempeña, el subsistema en el que trabaja, la experiencia docente, la titulación y su formación de posgrado. La formulación de este objetivo obedece a nuestro interés de aproximarnos a respuestas tentativas a la siguiente interrogante:

¿Cuál son las diferencias entre las estrategias utilizadas por los docentes con herramientas digitales para la MM según el género, la edad, el tipo de gestión de la institución en la que se desempeña, el subsistema en el que trabaja, la experiencia docente, la titulación y su formación de posgrado?

Según se ha podido determinar, a través de los estudios correlacionales, no existen diferencias significativas entre las estrategias de enseñanza mediadas con tecnología digital que despliegan los profesores según el género, grupo etario, titulación y subsistema en el que trabajan los docentes.

Sin embargo, los estudios realizados para el contraste de hipótesis han resultado significativos en tres circunstancias. En primer lugar, se pudo determinar que los profesores con menor experiencia docente emplean, mayoritariamente, estrategias asociadas a la ejercitación de algoritmos de cálculo, la modelización de situaciones imaginadas simples a través de operaciones que permiten a los docentes que sus estudiantes refuercen las operaciones básicas. Las decisiones que adoptan al seleccionar dichos recursos también contemplan, aunque en menor medida, actividades de visualización y comprobación de resultados obtenidos en el trabajo en la pizarra o en el cuaderno de clase. Sin embargo, este grupo de docentes tienen una mayor autopercepción que los docentes más experimentados respecto a la habilidad digital para la promoción de la MM.

En segundo lugar, se constató a través del estudio de Chi-cuadrado de Pearson, que los docentes que utilizan estrategias para la enseñanza de la Matemática con la mediación de tecnología digital que están vinculadas a actividades que promueven el trabajo matemático y la matematización de situaciones son promovidas mayormente por los profesores que se

desempeñan en instituciones privadas y en menor medida por aquellos que lo hacen en instituciones de gestión privada y también en instituciones públicas. Es decir, los docentes que participaron de este estudio y que se desempeñan exclusivamente en instituciones públicas son los que menos despliegan estrategias asociadas a la promoción de actividades de MM.

Finalmente, otra de las conclusiones que surgen de los resultados de la investigación, permite establecer que los docentes que han avanzado en sus estudios de posgrado, especializaciones y maestrías son los que muestran un mayor repertorio de actividades con herramientas digitales con las que buscan enriquecer la modelación de situaciones problemáticas. Las tareas que estos docentes presentan posibilitan una mayor comprensión de los conceptos matemáticos que involucra la actividad y las herramientas digitales transforman y dan sentido a la tarea de modelación. Este resultado guarda relación con otros hallazgos ya señalados asociados a pruebas de hipótesis estadísticamente significativa de la variable posgrado, los resultados son: a) cuando aumenta la formación en posgrado de los profesores que participaron del estudio también aumenta la frecuencia con que estos utilizan herramientas digitales para promover la MM, b) la habilidad digital para promover el uso de modelos aumenta cuando es mayor la preparación en estudios de posgrados de los docentes.

Por intermedio del objetivo específico 3 nos propusimos: relevar las creencias de los docentes que influyen en el uso pedagógico de las herramientas digitales como un medio para mejorar las experiencias de aprendizaje con modelos matemáticos. A través de este objetivo buscamos respuestas tentativas a:

- ¿Qué creencias tienen los docentes acerca de la enseñanza de la Matemática y en particular de la MM?

- ¿Cuáles son las creencias que los docentes tienen sobre el uso de las herramientas digitales para modelar situaciones cotidianas como un medio para enriquecer las estrategias de enseñanza de la Matemática?

Las creencias de los docentes respecto al sentido y propósito de la enseñanza de la Matemática están fundadas en su trayectoria de formación inicial pero muy especialmente en las experiencias recogidas durante los años de enseñanza de la Matemática. En base a la encuesta realizada a los docentes, a los testimonios y sus prácticas hemos encontrado referencias a una visión con énfasis en el empleo de metodología de enseñanza constructivista. Al consultarlos por el propósito principal de la enseñanza de la Matemática, 9 de cada 10 docentes concuerda de la importancia de promover estrategias de resolución de problemas intra y extramatemáticos. En el mismo sentido, según la opinión de los docentes, los procesos que más valoran cuando planifica actividades para sus estudiantes son pensar y razonar, argumentar y comunicar y planear y resolver problemas y por el contrario los que cuentan con menor valoración positiva son ejercitar y aplicar algoritmos de cálculo y utilizar el lenguaje simbólico formal y técnico.

Otro de los hallazgos de nuestro trabajo, está asociado a la estratificación en capas (reconocimiento, avance y cambio) de las formas que los docentes incorporan las herramientas digitales. Según la opinión de los docentes, mayormente sus estrategias de enseñanza mediadas con herramientas digitales están asociadas a las actividades propias de la dimensión avance en las que la tecnología se utiliza para el trabajo matemático y la matematización de situaciones. Los docentes señalan utilizarlas para presentar diferentes representaciones algebraicas y gráficas de los objetos matemáticos. Asimismo, aunque con una frecuencia menor de uso que las actividades involucradas para el avance, declaran utilizar actividades relacionadas con la dimensión cambio en las que la tecnología enriquece la modelación de situaciones problemáticas, posibilitando niveles de mayor comprensión de los contenidos puestos en juego en los problemas. Así es que procesos como formular, argumentar, conjeturar, son declarados como empleados por los docentes, dando paso a procedimientos de orden superior como, las demostraciones geométricas y algebraicas visuales y la simulación de movimientos. Por otra parte, las actividades de la dimensión reconocimiento son reportadas como las más relegadas por el colectivo docente.

Sin embargo, cuando se realizó el análisis de las actividades de enseñanza con herramientas digitales que describen los docentes que participaron de la encuesta, sus testimonios dan cuenta de actividades que se focalizan en la ejercitación de algoritmos de cálculos ya

aprendidos y modelización de situaciones sencillas a través de algoritmos operatorios, tareas propias de la dimensión reconocimiento.

En suma, en sus discursos los docentes señalan que la principal motivación al incorporar las herramientas digitales en sus actividades de enseñanza de la Matemática y en particular de la MM, es contribuir a que los estudiantes tengan una mejor comprensión de los conocimientos matemáticos, a través de usos creativos e innovadores para transformar las prácticas de la enseñanza, visión constitutivos de la enseñanza y del aprendizaje. Sin embargo, predomina un uso instrumental, relacionado con la ejercitación de algoritmos y un empleo básico para la visualización y comprobación de resultados

En varios de los testimonios recogidos, se advierte las necesidades de los docentes por orientaciones didácticas vinculadas a la enseñanza de la Matemática con tecnología digital y a la promoción de espacios para la formación que contribuyan a la discusión, elaboración y desarrollo de actividades para la enseñanza de los contenidos con mediación tecnológica. En el mismo sentido, han realizado comentarios que hacen referencia a la necesidad de participar de experiencias prácticas que les posibilite alcanzar mayores competencias tecnopedagógicas.

Por último, a través del objetivo específico 4 buscamos: identificar y describir las prácticas de enseñanza de los docentes de Matemática del Ciclo Básico de Educación Media basadas en herramientas digitales. Este objetivo se formuló buscando aproximarnos a respuestas para la siguiente interrogante:

- ¿Qué prácticas de enseñanza desarrollan los docentes de Matemática con herramientas digitales?

La observación de clases refuerza las diferencias entre los discursos de los docentes que señalan el énfasis que les dan a las actividades de construcción del conocimiento (que promueven procesos como visualizar, explorar, experimentar, conjeturar, argumentar y justificar sobre las situaciones propuestas) y las actividades que realmente despliegan en sus

aulas, asociadas a la retención y transposición del conocimiento. Asimismo, en la misma línea de los trabajos de Vaillant et al. (2019) y Bentancor Biagas (2017), se observó un énfasis en el uso de la tecnología digital como mediación para el trabajo en tareas vinculadas con la conexión de conceptos, procedimientos, representaciones variadas de los objetos matemáticos y cálculos, es decir actividades propias del dominio intramatemático.

Por otra parte, se pudo constatar que cuando utilizan la Plataforma CREA como un espacio para el aprendizaje, las actividades, los applets, el material didáctico y los videos que apoyan el aprendizaje de los contenidos matemáticos se encuentran principalmente orientados a promover procesos como la ejercitación, representación, y visualización de los objetos matemáticos. Quedan así relegados otros como la exploración, investigación, conjeturación y generalización, procesos de orden superior. Así mismo un resultado que coincide con lo ya señalado en los comentarios de los docentes, es que el uso principal de las herramientas digitales este puesto en situaciones problemáticas del dominio intramatemático.

9.3 Alcances y limitaciones de la investigación

En primer lugar, cómo ya se explicitó en apartados que anteceden a este, nuestro estudio tiene ciertas características que provienen de diferentes decisiones que se han tomado, que de algún modo condiciona el alcance de los hallazgos y conclusiones que hemos presentado. Dichos resultados quedan reservados a los profesores de Matemática del Ciclo Básico de Enseñanza Media de Montevideo que participaron del estudio, aunque por la metodología mixta empleada es posible suponer una alta posibilidad de que podamos encontrar situaciones idénticas o que se asemejan en mucho en el resto del universo de profesores que no ha participado de estudio. En este sentido entendemos que los hallazgos relativos a las estrategias de enseñanza desplegadas por los docentes de Matemática mediadas con herramientas digitales y promotoras de la modelación, las creencias que afectan a este colectivo docentes, así como las prácticas que promueven nos permiten acercarnos a la comprensión de estos constructos y podrían ser característicos del grupo de los profesores de Matemática de Enseñanza Media.

Del mismo modo, consideramos oportuno recordar que, la observación no participante de clase, realizada para identificar y describir las prácticas de enseñanza mediadas por la tecnología digital se llevaron adelante durante un período de tiempo donde la situación sanitaria del país, producto del Covid-19 no era la mejor, lo que llevó a realizar observaciones en la modalidad presencial y virtual. Esta situación ubica las mismas en una categoría promisorio de ser desarrollada para futuros trabajos y a los hallazgos que devienen de esta técnica a ser considerados con cierto grado de provisionalidad. Entendemos que incrementar el número de clases observadas, efectuarlas todas en la modalidad presencial e incorporar una entrevista al finalizar de cada observación con el docente, podría ayudar a una mejor comprensión del objeto de estudio.

Por otra parte, con relación a la estrategia metodológica mixta adoptada para nuestro estudio, reconocemos en el proceso que llevó a los docentes a participar de la encuesta, cierto sesgo de autoselección, en tanto es probable que hayan participado de la misma aquellos profesores más interesados y comprometidos con la enseñanza de la asignatura y la inclusión de las herramientas digitales para la didáctica de la Matemática. Asimismo, el empleo de las técnicas cualitativas pudo habernos llevado a que nos implicáramos de forma que se hicieran presentes sesgos propios de nuestras acciones como investigador.

Un aspecto que ya hemos señalado con anterioridad, son las limitaciones propias que devienen de una investigación que se circunscribe en el marco de una tesis doctoral, lo que particulariza este estudio. Al tratarse de un trabajo presentado para la obtención del título de Doctor en Educación, todas las tareas realizadas durante el proceso investigativo fueron realizadas en forma exclusiva por el investigador, lo que le imprime limitantes asociados a los recursos humanos y temporales de los que se dispone.

Asimismo, cabe señalar, que el uso de las técnicas cualitativas pudo habernos llevado a que nos implicáramos de forma que, se hicieran presentes sesgos propios que surgen de que el investigador es un docente de Matemática, que tiene sus propias creencias pedagógicas sobre la enseñanza de la asignatura y el uso de la tecnología digital para la intervención pedagógica.

Finalmente, quisiéramos señalar que si bien en la presente sección hemos planteado limitaciones que estuvieron presentes en diferentes momentos de nuestro trabajo, a nuestro entender estas no invalidan los procesos llevados adelante ni los hallazgos y conclusiones, las cuales aportan valiosa información al campo del conocimiento de las estrategias que emplean los docentes con herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática en particular de la MM y al uso que realizan con sentido pedagógico de las tecnologías digitales en el marco de los procesos de enseñanza.

9.4 Posibles líneas de investigación futuras

Tal lo señalado en el párrafo anterior, por tratarse de un estudio enmarcado en el doctorado se buscó definir de la forma más precisa el objeto de estudio, lo que nos condujo a dejar de lado una serie de aspectos e inquietudes personales vinculadas con la temática de estudio que retomamos y plasmamos a continuación. Del mismo modo, el proceso de investigación y los hallazgos emergidos inductivamente abren nuevas interrogantes y líneas de trabajo sobre las cuales consideramos importante profundizar y que pueden colaborar a la comprensión del uso que hacen los profesores de Matemática de las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática, particularmente de la modelación de situaciones problemáticas.

En primer lugar, un aspecto que emerge del estudio y que nos parece importante profundizar está vinculado con las creencias de los docentes de Matemática acerca de la inclusión de la tecnología digital como mediadora en los procesos de enseñanza y promotora de la MM. En este sentido un importante componente que se debiera profundizar son las formas en las que los docentes pueden incorporar las herramientas digitales para el cambio significativo y la transformación verdadera de sus prácticas de enseñanza. En el primer apartado se planteó el escaso conocimiento fundamentado en investigaciones empíricas que permita saber, las estrategias de enseñanza que llevan adelante los profesores de Matemática con herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas y como las integran para la mejora de los procesos de enseñanza. Entendemos que nuestro trabajo arroja luz sobre estos aspectos, pero volvemos a plantear la necesidad de aportar mayor conocimiento en torno a este objeto de estudio.

Promover un mayor número de estudios empíricos que ayuden a entender como la incorporación de pueden contribuir a propiciar escenarios para la experimentación, exploración, justificación, conjeturación y generalización promotores de la enseñanza de conocimiento matemáticos y de la modelación de situaciones cercanas a los estudiantes, permitiría ampliar el campo de conocimiento referido a la temática planteada.

En segundo lugar, como diéramos a conocer en las conclusiones, las creencias de los profesores acerca de los modos que incorporan las herramientas digitales a la enseñanza de la Matemática señalan un marcado énfasis en el empleo de metodología de enseñanza constructivista, sin embargo las actividades con tecnología digital que describen los docentes y que se observan dan cuenta de un acentuado enfoque instrumentalista que pone su énfasis en la ejercitación y el reforzamiento de modelos matemáticos enseñado a priori. Entendemos que sería importante profundizar en investigaciones que nos permita comprender lo que ocurre entre este entender de los docentes y lo que verdaderamente ocurre en el aula.

Por otro lado, un aspecto que si bien no fue objeto de nuestro estudio, pero tiene una marcada relevancia está dado por profundizar en como los sistemas de formación docentes conciben, la enseñanza de la Matemática con tecnología digital. Podría ser importante saber las metodologías que emplean con los formadores de Matemática en estos sistemas, que modelos tienen en cuenta para la inclusión de la tecnología digital, los tipos de actividades de aulas que promueven, que lugar les otorgan a las herramientas digitales en las prácticas de enseñanza y aprendizaje.

Cabe señalar que en nuestra investigación el grupo de profesores con menor experiencia docente, presentan el índice más alto de habilidad digital para la promoción del proceso de MM, resultado que resultó llamativo dado que, en general, este colectivo de docentes está constituido mayoritariamente por una población joven. Si bien entendemos que en la medida que estos docentes comienzan a incorporar un mayor número de experiencias de aprendizaje vinculadas con la inclusión de la tecnología digital para la enseñanza de la Matemática, irán incorporando conocimientos que les permita transformar su práctica, además de esta formación continua sería relevante actuar sobre los sistemas de formación inicial del profesorado de Matemática.

Seguramente un trabajo de este tipo podría aportar en un doble sentido, por un lado, a mejorar la comprensión del fenómeno para impactar en los programas de formación inicial docente de Matemática y por otro para aportar al desarrollo profesional de los profesores que se encuentran en servicio.

Por último, siguiendo la línea de lo antes expuesto, consideramos importante indagar, por qué razón, pese a las cualidades positivas que manifiestan los profesores de Matemática acerca de la inclusión de las herramientas digitales para la enseñanza de la Matemática, es tan débil la formación del profesorado de Matemática en la utilización de estos recursos digitales con sentido formativo.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Al-Takhyneh, B. (2018). Attitudes towards Using Mobile Applications in Teaching Mathematics in Open Learning Systems. *International Journal of E-learning y Distance Education / Revue Internationale Du E-Learning Et La Formation à Distance*, 33(1).
- Administración Nacional de Educación Pública (2018). *Censo Nacional Docente. Informe de Resultados*. <https://censodocente2018.anep.edu.uy/censo/>
- Administración Nacional de Educación Pública (2009). *Dirección Sectorial de Información para la Gestión y la Comunicación (IGC). Sembrando Experiencias*. <http://www.anep.edu.uy/sembrando/index.php/actividades-2/176-sembrando-experiencias-2009>
- Área, M. (2015). La escuela en la encrucijada de la sociedad digital. *Cuadernos de Pedagogía*, (462), 26-31.
- Arrieta Vera, J., & Díaz Moreno, L. (2015). Una perspectiva de la modelación desde la socioepistemología. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 18(1), 19-48. <http://dx.doi.org/10.12802/relime.13.1811>
- Arzarello, F., & Robutti, O. (2010). Multimodality in multi-representational environments. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 42(7), 715-731.
- Baka, A., Figgou, L., & Triga, V. (2012). Neither agree, nor disagree: a critical analysis of the middle answer category in voting advice applications. *International Journal of Electronic Governance*, 5, 244-263.
- Bayés, A., Del Río, L., & Costa, V. (2018, setiembre 10-14). *Diseño de materiales educativos para dispositivos móviles con GeoGebra: Análisis de un caso*. [Presentación de artículo]. XX Encuentro internacional Virtual Educa, Buenos Aires, Argentina.
- Bentancor-Biagas, G. (2017). *La matematización: una mirada a las prácticas de enseñanza y evaluación de los docentes de Matemática del Ciclo Básico de una zona Metropolitana de Montevideo*. [Tesis de Maestría, Universidad ORT Uruguay]. Sistema de Bibliotecas de Universidad ORT Uruguay. <https://bibliotecas.ort.edu.uy/bibid/85826>

- Bentancor-Biagas, G., Velázquez, L., Machado, A. L., & López, I. (2021). El Plan CEIBAL y el uso de tecnología digital con sentido pedagógico para la enseñanza de la Matemática. El caso de la Placa Micro: bit. *Revista Iberoamericana De Educación*, 87(1), 197-215. <https://doi.org/10.35362/rie8714647>
- Biccard P., & Wessels D. (2011). Documenting the Development of Modelling Competencies of Grade 7 Mathematics Students. In: G. Kaiser, W. Blum, R. Borromeo Ferri & G. Stillman (Eds), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (Vol 1, pp. 27-31). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_37
- Biembengut, M., & Hein, N. (2000). *Modelagem Matemática no Ensino*. Contexto.
- Biembengut, M., & Hein, N. (1997). Modelo, modelación y modelaje: métodos de enseñanza-aprendizaje de matemáticas. *Épsilon: Revista de la Sociedad Andaluza de Educación Matemática "Thales"*, 38, 209-222.
- Blum, W. (2011). Can Modelling Be Taught and Learnt? Some Answers from Empirical Research. In: G. Kaiser et al. (Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (Vol.1, pp. 15-30). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_3
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modelling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum, & S. Khan (Eds.), *Mathematical Modelling (ICTMA12): Education, Engineering and Economics* (pp. 222-231). Horwood.
- Bonotto, C. (2007). How to Replace Word Problem with Activities of Realistic Mathematical Modelling. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and Application in Mathematics Educations - The 14th ICMI Study* (pp. 185-192). Springer.
- Borromeo Ferri, R. (2007). Personal experiences and extra-mathematical knowledge as an influence factor on modelling routes of pupils. In: D. Pitta-Pantazi & G. Philippou (Eds), *CERME 5 – Proceedings of the Fifth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2080-2089).

- Bosch, M., García, J., Gascón, J., & Ruíz, L. (2006). La modelización matemática y el problema de la articulación de la matemática escolar. *Educación Matemática*, 18 (2), 37-74.
- Bosco, A., Alonso, C., & Miño, R. (2019). Geografías e historias de aprendizaje de docentes de Secundaria. Intersecciones, tránsitos y zonas de no-saber. *Educatio Siglo XXI*, 37(2), 67-92. <https://doi.org/10.6018/educatio.387021>
- Bru, M., & Talbot, L. (2001). Les pratiques enseignantes: une visée, des regards. *Les Dossiers des sciences de l'éducation*, 5, 9-23.
- Brun, M. (2011). *Las tecnologías de la información y las comunicaciones en la formación inicial docente de América Latina*. CEPAL. <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/6183>
- Carmelo, F., Perilla, W., & Mancera, G. (2016). Prácticas de modelación matemática desde una perspectiva socio crítica con estudiantes de grado undécimo. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 9(2), 67-84.
- Castells, M. (2000). *The rise of the network society*. Blackwell.
- Centro de Educación y Tecnología (Enlaces) & Ministerio de Educación del Gobierno de Chile (2011). *Competencias y estándares TIC para la profesión docente*.
- ChanMin, K., Min Kyu, K., Chiajung, L., Spector, J., & DeMeester, K. (2013). Teacher beliefs and technology integration. *Teaching and Teacher Education*, 29(1), 76-85. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2012.08.005>
- Chandia, E., Rojas, D., Rojas F., & Howard, S. (2016). Creencias de formadores de profesores de matemática sobre resolución de problema. *Bolema: Boletín de Educação Matemática*, 30(55), 605-624. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a15>
- Chociai, M. (2017). *A Modelagem Matemática no processo de ensino e aprendizagem da Matemática no ensino fundamental; ações e interações*. [Tesis de Maestría, Universidad Estadual de Centro-Oeste-UNICENTRO]. <https://www3.unicentro.br/ppgen/wp-content/uploads/sites/28/2018/01/A-Modelagem-Matem%C3%A1tica-no-Processo-de-Ensino-e-Aprendizagem-da-Matem%C3%A1tica-no-Ensino-Fundamental-A%C3%A7%C3%B5es-e-Intera%C3%A7%C3%B5es.pdf>

- Clark-Wilson, A., Robutti, O., & Thomas, M. (2020). Teaching with digital technology. *ZDM: Mathematics Education*, 52, 1223–1242. <https://doi.org/10.1007/s11858-020-01196-0>
- Claro, M., Nussbaum, M., López, X., & Contardo, V. (2017). Differences in Views of School Principals and Teachers regarding Technology Integration. *Journal of Educational Technology and Society*, 20(3), 42-53. <http://www.jstor.org/stable/26196118>
- Cobo, C., & Montaldo, M. (2018). *Plan Ceibal in Uruguay: How do you educate in learning to decode the unknown?* UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000265994>
- Coll C., & Rivera-Vargas P. (2019). Repensar la educación escolar en la sociedad digital. En P. Rivera-Vargas, J. Muñoz-Saavedra, R. Morales-Olivares & S. Butendieck-Hijerra (Eds.), *Políticas Públicas para la Equidad Social* (Vol. 2, pp. 13-21). Universidad de Santiago de Chile.
- Coll, C., Mauri, T., & Onrubia, J. (2008). Análisis de los usos reales de las TIC en contextos educativos formales: una aproximación sociocultural. *REDIE. Revista Electrónica de Educativa*, 10(1), 1-18. <https://redie.uabc.mx/redie/article/view/177/307>
- Common Core State Standards Initiative (2010). *Mathematics Glossary*. www.corestandards.org/the-standards/mathematics
- Córdoba F., Herrera, H., & Restrepo C. (2013). Impacto del uso de objetos de aprendizaje en el desempeño en matemáticas de estudiantes de grado noveno. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 2(39), 47-58.
- Creswell, J. (2014). *A concise Introduction to Mixed Methods Research*. Sage Publications.
- Creswell, J., & Plano-Clark, V. (2007). *Designing and conducting mixed methods research*. Sage Publications.
- Cross, D. (2015). Dispelling the notion of inconsistencies in teachers' mathematics beliefs and practices: A 3-year case study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 18(2), 173-201. <https://doi.org/10.1007/s10857-014-9276-5>
- Cummings, S., Regeer, B., De Haan, L., Zweekhorst, M., & Bunders, J. (2017). Critical discourse analysis of perspectives on knowledge and the knowledge society

- within the Sustainable Development Goals. *Development Policy Review*, 36(6), 727-742. <https://doi.org/10.1111/dpr.12296>
- De Riba, S., & Revelles, B. (2019). Hacia una pedagogía afectiva del movimiento. *Tercio Creciente*, 16, 7-30. <https://doi.org/10.17561/rtc.n16.1>
- Denzin, N., & Lincoln, I. (Coord.). (2012). *El campo de la investigación cualitativa. Manual de investigación cualitativa*. Gedisa.
- Departament d'Ensenyament (2013). *Competències bàsiques de l'àmbit digital. Identificació i desplegament a l'educació secundària obligatòria*. Generalitat de Catalunya.
- Deulofeu, J., Márquez, C., & Santmartí, N. (2010). Formar profesores de secundaria: la experiencia de la Universitat Autònoma de Barcelona. *Cuadernos de Pedagogía*, 404, 80-84.
- Deutskens, E., Ruyter, K., Wetzels, M., & Oosterveld, P. (2004). Response rate and response quality of internet-based surveys: an experimental study. *Marketing Letters*, 15(1), 21-36.
- Dirección General de Educación Secundaria (2020). *Inspección de Matemática: Blog Oficial de la Inspección de Matemática de la DGES*. <http://inspeccionmatematica.blogspot.com.uy>
- Díaz Pinzón, J. (2017). Importancia de la simulación Phet en la enseñanza y el aprendizaje de fracciones equivalentes. *Revista Educación y Desarrollo Social*, 11(1), 48-63. <https://dx.doi.org/10.18359/reds.2011>
- Diković, L. (2009). Applications GeoGebra into teaching some topics of mathematics at the college level. *Computer Science and Information Systems*, 6(2), 191-203. <https://doi.org/10.2298/CSIS0902191D>
- Doerr, H. M., Bergman Ärlebäck, J., & Misfeldt, M. (2017). Representations of Modelling in Mathematics Education. In G. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researching boundaries in mathematics education* (pp. 71–81). https://doi.org/10.1007/978-3-319-62968-1_6
- Domingo-Coscollola, M., Bosco, A., Carrasco Segovia, S., & Sánchez Valero, J. A. (2020) Fomentando la competencia digital docente en la universidad: Percepción de estudiantes y docentes. *Revista de Investigación Educativa*, 38(1), 167-182. <http://doi.org/10.6018/rie.340551>

- Dueker, S., & Canella-Malone, H. (2019). Teaching Addition to Students with Moderate Disabilities Using Video Prompting. *The Journal of Special Education Apprenticeship*, 8(2), 1-20.
- Dussel, I. (2015). *La incorporación de TIC en la formación docente de los países del MERCOSUR: estudios comparados sobre políticas e instituciones*. Teseo.
- Duval, R. (2004). *Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. Grupo de Educación Matemática, Instituto de Educación y Pedagogía, Universidad del Valle.
- Ernest, P. (2005). *The impact of beliefs on the teaching of mathematics*.
<http://www.people.ex.ac.uk/PErnest>
- Erstad, O., Miño, R., & Rivera-Vargas, P. (2021). Prácticas educativas para transformar y conectar escuelas y comunidades. *Comunicar*, 66, 9-20. <https://doi.org/10.3916/C66-2021-01>
- Ertmer, P. (2005). Teacher pedagogical beliefs: The final frontier in our quest for technology integration. *Educational Technology, Research and Development*, 53(4), 25-39.
<https://doi.org/10.1007/BF02504683>
- Ertmer, P., Ottenbreit-Leftwich, A., Sadik, O., Sendurur, E., & Sendurur, P. (2012). Teacher beliefs and technology integration practices: A critical relationship. *Computers y Education*, 59, 423-435. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.02.001>
- Escalante, E., Caro, A., & Barahona, L. (2002). *Análisis y tratamiento de datos en SPSS*. Ediciones Universidad de Playa Ancha.
- Escobar, J., & Cuervo, A. (2008). Validez de contenido y juicio de expertos: una aproximación a su utilización. *Avances en Medición*, 6, 27-36.
- Esteve, F., Gisbert, M., & Lázaro, J. (2016). La competencia digital de los futuros docentes: ¿cómo se ven los actuales estudiantes de educación? *Perspectiva Educativa*, 55(2), 34-52. <https://doi.org/10.4151/07189729-Vol.55-Iss.2-Art.412>
- Evans, J., & Mathur, A. (2005). The value of online surveys. *Internet Research*, 15(2), 195-219. <https://doi.org/10.1108/10662240510590360>
- Ferdianová, V. (2017). GeoGebra Materials for LMS Moodle Focused Monge on Projection. *The Electronic Journal of e Learning*, 15(3), 259-268.

<https://eric.ed.gov/?id=EJ1146049>

- Flick, U. (2007). *Introducción a la investigación cualitativa*. Morata.
- Freire, P. (1997). *Pedagogía de la autonomía*. Siglo XXI.
- Freudenthal, H. (2002). *Revisiting Mathematics Education. China Lectures*. Kluwer academic publishers.
- Fullan, M., & Langworthy, M. (2013). *Towards a New End: New Pedagogies for Deep Learning*. Collaborative Impact.
- Giroux, H. (1997). *Los profesores como intelectuales. Hacia una pedagogía crítica del aprendizaje*. Paidós.
- Glaser, B., & Strauss, A. (1967). *The discovery of grounded theory: strategies for qualitative research*. Aldine Publishing Company.
- Greefrath, G. (2011). Using Technologies: New Possibilities of Teaching and Learning Modelling - Overview. En G. Kaiser, G. Blum, R. Borromeo Ferri, G. Stillman (Eds), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling-ICTMA 14* (pp. 301-304). Springer.
- Greefrath, G., Hertleif, C., & Siller, H. (2018). Mathematical modelling with digital tools— A quantitative study on mathematising with dynamic geometry software. *ZDM - Mathematics Education*, 50(1–2), 233–244. <https://doi.org/10.1007/s11858-018-0924-6>
- Guzmán-Simón, F., García-Jiménez, E., & López-Cobo, I. (2017). Undergraduate Students' Perspectives on Digital Competence and Academic Literacy in a Spanish University. *Computers in Human Behavior*, 74, 196-204. <https://doi.org/10.1016/j.chb.2017.04.04>
- Hankeln, C., Adamek, C., & Greefrath, G. (2019). Assessing sub-competencies of mathematical modelling. Development of a new test instrument. In G. Stillman & J. Brown (Eds.), *Lines of inquiry in mathematical modelling research in education* (pp. 143–160). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-14931-4_8
- Heerwegh, D., & Loosveldt, G. (2009). Face to face versus web surveying in a high internet coverage population. *Public Opinion Quarterly*, 72(5), 836-846.

- Heid, M., Thomas, M., & Zbiek, R. (2013). How Might Computer Algebra Systems change the Role of Algebra in the School Curriculum. In A. Bishop, M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, y F. Leung (Eds.), *Third International 49 Handbook of Mathematics Education* (Vol. 27, pp. 597-641). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_20
- Hepp, P. (2015). Desafíos de las políticas de integración de tecnología en la formación inicial y continua de los docentes. En M. Poggi (Coord.), *Mejorar los aprendizajes en la enseñanza obligatoria: políticas y actores* (pp. 195-214). IPE/UNESCO. <http://unesdoc.unesco.org/images/0023/002349/234977s.pdf>
- Hernández Hernández, F., & Sancho Gil, J. (2019). Sobre los sentidos y lugares del aprender en la vida de los docentes y sus consecuencias para la formación del profesorado. *Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado*, 23(4), 68-87. <http://dx.doi.org/10.30827/profesorado.v23i4.11510>
- Hernández Sampieri, R., Fernández, C., & Baptista, M. (2014). *Metodología de la investigación* (6.ª ed.). Mc Graw Hill.
- Hinostroza, E. (2017). *TIC, educación y desarrollo social en América Latina y el Caribe*. UNESCO. <https://siteal.iiep.unesco.org/investigacion/1718/tic-educacion-desarrollo-social-america-latina-caribe>
- Hillman, D., Ziernwald, L., Reinhold, F. Hofer, S., & Reiss, K. (2020). The potential of digital tools to enhance mathematics and science learning in secondary schools: A context-specific meta-analysis. *Computers & Education*, 153, 1-25. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2020.103897>
- Howland J., Jonassen D., & Marra R. (2011). *Meaningful Learning white Technology* (4.ª ed.). Pearson.
- Instituto Nacional para la Evaluación de la Educación (2019). *Informe de resultados de EIC-Preescolar 2017: creencias de las figuras docentes sobre el currículo, la enseñanza y el aprendizaje*. <https://www.inee.edu.mx/publicaciones/informe-de-resultados-de-eic-preescolar-2017-creencias-de-las-figuras-docentes-sobre-el-curriculo-la-ensenanza-y-el-aprendizaje/>
- Instituto Nacional de Evaluación Educativa (2018). *Informe sobre el estado de la educación en Uruguay*. <https://www.ineed.edu.uy/informe-sobre-el-estado-de-la-educacion-2017-2018>

- Instituto Nacional de Tecnologías Educativas y de Formación del Profesorado (2017). *Marco Común de Competencia Digital Docente*.
<http://educalab.es/documents/10180/12809/MarcoComunCompeDigiDoceV2.pdf>
- International Society for Technology in Education (2008). *NETS-T for Teachers: National Educational Technology Standards for Teachers*.
<https://www.iste.org/standards/iste-standards-for-teachers>
- International Society for Technology in Education & Computer Science Teachers Association (2011). *Operational definition of computational thinking*.
<http://www.iste.org/docs/pdfs/Operational-Definition-of-Computational-Thinking.pdf>
- International Telecommunication Union (2018). *Measuring the information society report*.
<https://www.itu.int/en/ITU-D/Statistics/Documents/publications/misr2018/MISR-2018-Vol-1-E.pdf>
- Jara, I. (2017). TIC en las escuelas: desarrollo de Habilidades TIC para el Aprendizaje. En N. Montes (Ed.), *Educación y TIC. De las políticas a las aulas*. EUdeBA.
- Jara, I. (2008). *Las políticas de tecnología para escuelas en América Latina y el mundo: visiones y lecciones*. CEPAL. <https://repositorio.cepal.org/handle/11362/4006>.
- Jeong Yong A., & Akugizibwe E. (2018). An e-Learning Model for Teaching Mathematics on an Open-Source Learning Platform. *International Review of Research in Open and Distributed Learning*, 19(5), 255-267.
- Johns, R. (2005). One size doesn't fit all: selecting response scales for attitude items. *Journal of Elections, Public Opinion and Parties*, 15(2), 237-264.
- Kaiser, G. (2014). Mathematical Modelling and Applications in Education. En: S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (pp. 396-404). Springer.
- Kerlinger, F. (2002). *Investigación del Comportamiento técnicas y metodología*. Editorial Mc Graw Hill Interamericana.
- Krawitz, J., Chang, Y., Yang, K., & Schukajlow, S. (2021). The role of reading comprehension in mathematical modelling: improving the construction of a real-world model and interest in Germany and Taiwan. *Educ Stud Math*, 109, 337-359.
<https://doi.org/10.1007/s10649-021-10058-9>
- Kvale, S. (2011). *Las entrevistas en Investigación Cualitativa*. Morata.

- Lesh, R., & English, L. (2005). Trends in the evolution of the Models and Modeling perspectives on mathematical learning and problem solving. *ZDM: The International Journal on Mathematics Education*, 37(6), 487-489.
- Lesh R., & Harel, G. (2003). Problem Solving, Modeling, and Local Conceptual Development. *Mathematical thinking and learning*, 5(2), 157–189.
- Leung, A. (2015). Discernment and Reasoning in Dynamic Geometry Environments. En: Sung Je Cho (Ed.), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 451– 469). Springer. <https://doi: 10.1007/978-3-319-17187-6>
- Lincoln, Y., & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Sage.
- Liu, S. H. (2011). Factors related to pedagogical beliefs of teachers and technology integration. *Computers & Education*, 56, 1012-1022.
- López-Austin, A. (2005). *El Modelo en la Ciencia y la Cultura*. Siglo XXI Editores.
- López Filardo, M. (2019). *Concepciones y prácticas con TIC: la construcción didáctica del tiempo histórico en la formación inicial del profesorado de Historia* [Tesis doctoral, Universidad ORT Uruguay]. Sistema de Bibliotecas de la Universidad ORT Uruguay. <https://sisbibliotecas.ort.edu.uy/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=89779>
- Lugo, M., & Ithurburu, V. (2019). Políticas digitales en América Latina. Tecnologías para fortalecer la educación de calidad. *Revista Iberoamericana de la Educación*, 79(1), 11-31. <https://rieoei.org/RIE/article/view/3398>
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 38, 113–142. <https://doi.org/10.1007/BF02655885>
- Maggio, M. (2012). *Enriquecer la enseñanza. Los ambientes con alta disposición tecnológica como oportunidad*. Paidós.
- Malhotra, N. (2004). *Investigación de Mercados. Un enfoque aplicado*. Pearson Educación.
- Mancebo, M. (2007) La educación uruguaya en una encrucijada: entre la inercia, la restauración y la innovación. En N. Bentancur (Org.), *Las políticas educativas en Uruguay. Perspectivas académicas y compromisos políticos* (pp. 8-42). Ministerio de Educación y Cultura
- Marcelo, C., & Vaillant, D. (2018). *Hacia una formación disruptiva de docentes. 10 claves para el cambio*. Narcea.

- Marrero, I. (2019). Desde LOGO hasta Scratch y más allá. *NÚMEROS*, 100, 213-217.
- Maxwel, J. (1996). *Qualitative research design: An interactive approach*. Sage Publications.
- Mayring, P. (2000). Qualitative content analysis. *Forum qualitative social research*, 1(2). <https://doi.org/10.17169/fqs-1.2.1089>
- Mazzotti, W. (2016). *Los iTICnerarios docentes: enseñantes recorriendo territorios tecnológicos* [Tesis doctoral, Universidad ORT Uruguay]. Sistema de Bibliotecas de la Universidad ORT Uruguay. https://sisbibliotecas.ort.edu.uy/cgi-bin/koha/opac-detail.pl?biblionumber=84926&query_desc=kw%2Cwrdl%3A%20Mazzotti
- Medina, M., & Encomienda, F. (2007). Algunos conceptos clave en torno a las creencias de los docentes en formación. *Docencia e Investigación: revista de la Escuela Universitaria de Magisterio de Toledo*, 32(17), 147-170.
- Mejía Navarrete, J. (2011). Problemas centrales del análisis de datos cualitativos. *Revista Latinoamericana de Metodología de la Investigación Social*, 1, 47-60.
- Merriam, S. B. (1998). *Qualitative research and case study applications in education*. Jossey-Bass.
- Miles, M., & Huberman, A. (1994). *Qualitative data analysis: an expanded sourcebook* (2.^a ed.). Sage.
- Miño-Puigcercós, R., Rivera-Vargas, P., & Cobo, C. (2019). Virtual communities as safe spaces created by young feminists: Identity, mobility, and sense of belonging. In S. Habib & M. Ward (Eds.), *Identities, youth and belonging* (pp. 123-140). Palgrave Macmillan. https://doi.org/10.1007/978-3-319-96113-2_8
- Molina-Toro, J. F., Rendón-Mesa, P. A., & Villa-Ochoa, J. A. (2019). Research Trends in Digital Technologies and Modeling in Mathematics Education. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(8), em1736. <https://doi.org/10.29333/ejmste/108438>
- Morales, M. (2020). La competencia digital docente en la formación del profesorado en Uruguay. En A. Rivoir (Ed.), *Tecnologías digitales y transformaciones sociales: desigualdades y desafíos en el contexto latinoamericano actual* (pp. 139–154). CLACSO. <https://doi.org/10.2307/j.ctv1gm00zt.10>

- Organization for Economic Co-operation and Development (2019). *PISA 2018 Assessment and Analytical Framework*. <https://doi.org/10.1787/b25efab8-en>
- Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económicos (2006). *Marco de la evaluación. Conocimientos y habilidades en Ciencias, Matemáticas y Lectura*. Santillana Educación S.L.
- Olivera, M., Morales, M., Passarini, A., & Correa, N. (2017). Plataformas virtuales: ¿Herramientas para el aprendizaje? Las diferencias entre ADAN y EVA. *Comunicação Mídia e Consumo*, 14(40), 90-109.
- Opfer, D., & Pedder, D. (2011). Conceptualizing Teacher Professional Learning. *Review of Educational Research*, 81(3), 276-407.
- Parella, S., & Martins, F. (2003). *Metodología de la investigación cuantitativa*. FEDUPEL.
- Papert, S. (1980). *Mindstorms: children, computers, and powerful ideas*. Basic Books.
- Patton M. (1990). *Qualitative Evaluation and Research Methods* (2.^a ed.). Sage Publications.
- Pedró, F. (2016). Hacia un uso efectivo de la tecnología en el aula: ¿cómo mejorar las competencias docentes? En M. Lugo (Coord.), *Entornos digitales y políticas educativas. Dilemas y certezas* (pp. 245-270). IIFE/UNESCO.
- Philipp, R. (2007). Mathematics teachers' beliefs and affect. In F. Lester (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 257-315). Information Age Publishing.
- Plan Ceibal (2020). *Uso de Plataformas Educativas 2020*.
https://www.ceibal.edu.uy/storage/app/media/documentos/Informe_Plataformas_2020.pdf
- Plan Ceibal (2016). *Departamento de Monitoreo y Evaluación educativa del Plan Ceibal. Plataforma Adaptativa de Matemática. Estudio exploratorio 2015*. [Presentación de Powerpoint]. <https://www.slideshare.net/joacono/informe-pam-2015-para-docentes-primaria-plan-ceibal-uruguay>
- Plan Ceibal (2016). *Estándares Ceibal para docentes*.
<https://blogs.ceibal.edu.uy/formacion/wp-content/uploads/2017/06/Est%C3%A1ndares-Ceibal-para-docentes.pdf>

- Pollak, H. (1979). The interaction between mathematics and other school subjects. In H. Steiner & B. Christiansen (Eds.), *New trends in mathematics teaching IV* (pp. 232-248). UNESCO.
- Puentedura, R. (2013). *SAMR: Moving from enhancement to transformation*.
<http://www.hippasus.com/rpweblog/archives/000095.html>
- Ramos, L., & Casas L. (2018). Concepciones y creencias de los profesores de Honduras sobre la enseñanza, aprendizaje y evaluación de las matemáticas. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 21(3), 275-299.
<https://doi.org/10.12802/relime.18.2132>
- Rapley, T. (2014). *Los análisis de la conversación, del discurso y de documentos en investigación cualitativa*. Morata.
- Redecker C., & Punie Y. (2017). European Framework for the Digital Competence of Educators. *DigComEdu*. Comisión Europea.
- Rivera-Vargas, P., & Cobo-Romani, C. (2020). Digital learning: distraction or default for the future. *Digital Education Review*, 37, 1-16.
- Rivera-Vargas, P., Vargas-Espinoza, R., & Rivera Bilbao, R. (2019). Desde la sociedad de la información y el conocimiento a la sociedad digital. Transformaciones globales e implicancias educativas. En P. Rivera-Vargas, P. Neut, P. Lucchini, S. Pascual & P. Prunera, *Pedagogías emergentes en la Sociedad Digital* (pp. 175-186). Universidad de Barcelona.
<http://diposit.ub.edu/dspace/bitstream/2445/133194/4/Pedagogi%CC%81as%20emergentes%20en%20la%20sociedad%20digital.pdf>
- Rivera-Vargas, P., & Cobo-Romani, C. (2018). Plan Ceibal en Uruguay: una política pública que conecta inclusión e innovación. En P. Rivera, J. Muñoz, R. Morales y S. Butendieck (Eds.), *Políticas Públicas para la Equidad Social* (Vol.1, pp. 13-30). Colección: Políticas Públicas, Universidad de Santiago de Chile.
<https://doi.org/10.13140/RG.2.2.34994.50886/1>
- Rivera-Vargas, P., Alonso, C., & Sancho, J. (2017). *Desde la educación a distancia al e-Learning: emergencia, evolución y consolidación*. *Revista educación y tecnología*, 10, 1-13. <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6148504>

- Rodríguez, R., & Quiroz, S. (2016). El papel de la tecnología en el proceso de modelación matemática para la enseñanza de las ecuaciones diferenciales. *Revista Latinoamericana de Investigación Matemática Educativa*, 19(1), 99-124.
- Rodríguez Zidán, E., & Marcelo García, C. (2017). Educadores en la era digital: Aprender a enseñar con tecnologías en la formación Inicial de profesores de Educación Media en Uruguay.
<https://digital.fundacionceibal.edu.uy/jspui/handle/123456789/222>
- Rodríguez Zidán, E., & Téliz, F. (2015). El Plan CEIBAL, los profesores de matemática y sus prácticas con TIC. Revisión de antecedentes de investigación, políticas de mejora y desafíos pendientes. *Cuadernos de Investigación Educativa*, 4(19), 13-36.
<https://doi.org/10.18861/cied.2013.4.19.24>
- Roster, C., Rogers, R., Albaum, G., & Klein, D. (2004) A comparison of response characteristic from web and telephone surveys. *International Journal of Market Research*, 46(3), 359-373.
- Sancho-Gil, J., Rivera-Vargas, P., & Miño-Puigcercós, R. (2020). Moving beyond the predictable failure of Ed-Tech initiatives. *Learning, Media, and Technology*, 45(1), 61-75.
- Sanger, M. (2017). Teacher beliefs and the moral work of teaching in teacher education. En J. Clandinin & J. Husu (Eds.), *International Handbook of Research in Teacher Education* (pp. 339–353). SAGE.
- Santos-Trigo, M., Barrera-Mora, F., & Camacho-Machín, M. (2021). Teachers' Use of Technology Affordances to Contextualize, Dynamically Enrich, and Extend Mathematical Problem-Solving Strategies. *Mathematics*, 9(8), 1-21.
<https://doi.org/10.3390/math9080793>
- Selwyn, N. (2019). *What is digital sociology?* Polity Press.
- Selwyn, N. (2016). *Is technology good for education?* John Wiley y Sons.
- Selwyn, N., Rivera-Vargas, P., Passeron, E., & Miño-Puigcercós, R. (2022). ¿Por qué no todo es (ni debe ser) digital? Interrogantes para pensar sobre digitalización, ratificación e inteligencia artificial en educación. En P. Rivera-Vargas, R. Miño-Puigcercós & E. Passeron (Coords.), *Educación con sentido transformador en la universidad* (pp.137-147). OCTAEDRO - IDP/ICE, UB.

- Selwyn N., Nemorin S., & Johnson N. (2017). High-tech, hard work: an investigation of teachers' work in the digital age. *Learning, Media, and Technology*, 42(4), 390-405.
- Selwyn, N., & Facer, K. (2007). *Beyond the digital divide rethinking digital inclusión for the 21st century*. <https://www.nfer.ac.uk/media/1818/futl55.pdf>
- Sezer, H., & Namukasa, I. (2021). Real-world problems through computational thinking tools and concepts: the case of coronavirus disease (COVID-19). *Journal of Research in Innovative Teaching y Learning*, 14(1), 46-64. <https://doi.org/10.1108/JRIT-12-2020-0085>
- Shin, S., & Park, P. (2014). A study on the effect-affecting problem solving ability of primary students through the Scratch programming. *Advanced Science and Technology Letters*, 59, 117-120.
- Shtoff, B. A. (1966). *El modelado y la filosofía*. Naúca.
- Sierra Bravo, R. (2014). *Técnicas de investigación Social. Teoría y Ejercicios*. Paraninfo.
- Silva, J., Miranda, P., Gisbert, M., Morales, M., & Onetto, A. (2016). Indicadores para evaluar la competencia digital docente en la formación inicial en el contexto chi Universitat Roviera i Virgili, La incorporación de la competencia digital docente en estudiantes y docentes de formación inicial docente en Uruguay para personas con parálisis cerebral. *RELATEC: Revista Latinoamericana de Tecnología Educativa*, 15(3), 55-67. <http://dx.doi.org/10.17398/1695-288X.15.3.55>
- Sinclair, N., & Robutti, O. (2013). Technology and the Role of Proof: The Case of Dynamic Geometry. In A. Bishop, M. Clements, C. Keitel, J. Kilpatrick, & F. Leung (Eds.), *Third International Handbook of Mathematics Education* (pp. 571-596). Springer
- Stander, P. (2018). The use of heuristic strategies in modelling activities. *ZDM: Mathematics Education*, 50(1-2), 315-326.
- Strauss, A., & Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la teoría fundamentada*. CONTUS- Editorial, Universidad de Antioquia.
- Taylor, S., & Bogdan, R. (2000). *Introducción a los métodos cualitativos de investigación. La búsqueda de significados*. Paidós.

- TLS, D., & Herman, T. (2020). An Analysis of Pre-Service Mathematics Teachers' Desmos Activities for Linear Programming Lesson. *International Journal of Pedagogical Development and Lifelong Learning*, 1(1), 1-10. <https://doi.org/10.30935/ijpdll/8312>
- Trigueros, M. (2009). El uso de la Modelación en la Enseñanza de las Matemáticas. *Innovación Educativa*, 9(46), 75-87.
- United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization (2018). *ICT Competency Framework for Teachers*. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000265721>
[Consultado abril 2019](#)
- Vaillant, D. (2013). Las políticas de formación docente en América Latina. Avances y desafíos pendientes. En M. Poggi (Coord.), *Políticas docentes. Formación, trabajo y desarrollo profesional* (pp. 45-57). IPE/UNESCO. <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000225260/PDF/225260spa.pdf.multi>
- Vaillant, D., Rodríguez-Zidán E., & Bentancor-Biagas, G. (2018). Claves para incorporar las herramientas y plataformas digitales en la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico: percepciones de docentes y caminos de mejora. Universidad ORT Uruguay.
- Vaillant, D., & Marcelo, C. (2015). *El ABC y D de la Formación Docente*. Narcea.
- Valles, M. (2003). *Técnicas cualitativas de investigación social. Reflexión metodológica y práctica profesional*. Síntesis.
- Van Deursen, A., & Van Dijk, J. A. (2015). Internet skill levels increase, but gaps widen: a longitudinal cross-sectional analysis (2010-2013) among the Dutch population. *Information, Communication y Society*, 18(7), 782-797.
- Van Dijk, J. (2008). Digital divide in Europe. En A. Chadwick & P. Howard. (Eds.), *The handbook of Internet Policies*. Routledge.
- Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2000). Making sense of word problems. *Educational Studies in Mathematics* 42(2), 211-213.
- Vesga, G., & de Losada, M. (2018). Creencias epistemológicas de docentes de matemáticas en formación y en ejercicio sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje. *Revista Colombiana de Educación*, 74, 243-267. <https://doi.org/10.17227/rce.num74-6909>

- Villa Ochoa, J. (2007). La modelación como un proceso en el aula de matemáticas. Un marco de referencia y un ejemplo. *Tecnológicas*, 19, 63-85.
<https://www.redalyc.org/pdf/3442/344234312004.pdf>
- Villa-Ochoa, J., González-Gómez, D., & Carmona-Mesa, J. (2018). Modelación y Tecnología en el Estudio de la Tasa de Variación Instantánea en matemáticas. *Formación Universitaria*, 11(2), 25-34. <http://funes.uniandes.edu.co/10544/>
- Villamizar, F., Y., Martínez, A., Cuevas, C., & Espinosa-Castro, J. (2020). Mathematical modeling with digital technological tools for interpretation of contextual situations. *Journal of Physics: Conference Series*, 1514, 1–6.
- Wing, J. (2010). *Computational Thinking: What and Why?* Unpublished Manuscript, Pittsburgh, PA: Computer Science Department, Carnegie Mellon University.
- Yuni, J., & Urbano, C. (2006). *Técnicas para investigar 2. Recursos metodológicos para la preparación de proyectos de investigación*. Brujas.
- Zakaria, E., & Maat, S. (2012). Mathematics Teachers' Beliefs and Teaching Practices. *Journal of Mathematics and Statistics*, 8(2), 191-194.
<https://doi.org/10.3844/jmssp.2012.191.194>

ANEXOS

Anexo 1. Cuestionario de encuesta

Sección A: Perfil profesional

A1. Género:

- a) Femenino b) Masculino c) Otro

A2. Edad (Indique años) _____

A3. Experiencia docente como profesor de Matemática en el Ciclo Básico (Número de años incluyendo el presente) _____

A4. Indique el subsistema en el cual se desempeña como profesor de Matemática del Ciclo Básico

- a) Consejo de Educación Secundaria
b) Consejo de Educación Técnico Profesional
c) En ambos consejos

A5. Indique el tipo de instituciones en las que se desempeña como profesor de Matemática del Ciclo Básico

- a) Instituciones públicas
b) Instituciones privadas
c) En instituciones públicas y privadas

A6. ¿Posee título específico de Profesor de Matemática?

- a) Sí b) No

A7. ¿Posee título de Posgrado?

- a) Diploma b) Maestría c) Doctorado

Sección B: Propósito de la enseñanza de la Matemática

B1: La enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico debe...

	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	En desacuerdo	En desacuerdo
...proporcionar una preparación sólida en conceptos y métodos matemáticos para que los estudiantes puedan rendir exitosamente diferentes pruebas				
...desarrollar estrategias para la resolución de problemas intra y extramatemáticos				
...introducir a los estudiantes en los principales procedimientos de demostración, razonamientos deductivos, para alcanzar los resultados teóricos fundamentales				
...contribuir a que los estudiantes desarrollen habilidades y destrezas que les permitan resolver problemas de la vida cotidiana				

B2: Los procesos generales que debería tener presente el profesor cuando planifica y propone actividades para sus estudiantes son...

	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	En desacuerdo	En desacuerdo
...pensar y razonar				
...argumentar y comunicar				
...explicar en términos matemáticos un fenómeno del mundo real				

...planear y resolver problemas				
...usar distintos modos de representación				
...utilizar el lenguaje simbólico formal y técnico				
...ejercitar y aplicar algoritmos de cálculo				

Sección C: Actividades de enseñanza basadas en Modelación Matemática

Modelación Matemática: es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representan un fenómeno o situación tanto de contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias con el fin de favorecer la comprensión y la resolución de la situación.

C1. ¿Con qué frecuencias desarrolla actividades que promueven la Modelación Matemática utilizando herramientas y plataformas digitales?

- a) Nunca
- b) Algunas veces al año
- c) Algunas veces al mes
- d) Todas las semanas

C2. ¿Qué herramientas y plataformas digitales utiliza para desarrollar actividades que promueven la Modelación Matemática?

C3. Describa, brevemente, una actividad de enseñanza con herramientas y plataformas digitales que promueva la Modelación Matemática, que haya desarrollado en su curso de Matemática de Ciclo Básico.

Sección D: Aplicaciones para la enseñanza de la Matemática

D1. Para el trabajo en el aula, ¿con que frecuencias utiliza las siguientes aplicaciones específicas de Matemática?

	Todos los días	Algunas veces a la semana	Algunas veces al mes	Nunca
That Quiz				
GeoGebra				
MathGraph				
Plataforma Adaptativa de Matemática (PAM)				
Scratch				
Plataforma Crea				
Wolfram Alpha				
Planilla electrónica (Excel, Open Office, otras)				

D2. Específicamente en GeoGebra, indique si utiliza recursos de las siguientes temáticas

	Utiliza	No utiliza
...Aritmética		
...Geometría		
...Medida (Amplitud angular, Teorema de Pitágoras, Trigonometría, Teorema de Thales, etc)		
...Probabilidad		
...Estadística		
...Álgebra		

D3. Específicamente en la Plataforma PAM, indique si utiliza recursos que promueven la resolución de problemas contextualizados de:

	Utiliza	No utiliza
...Aritmética		
...Geometría		
...Medida (Amplitud angular, Teorema de Pitágoras, Trigonometría, Teorema de Thales, etc.)		
...Probabilidad		
...Estadística		
...Álgebra		

D4. Específicamente en GeoGebra, indique si utiliza recursos de las siguientes temáticas

	Utiliza	No utiliza
...Aritmética		
...Geometría		
...Medida (Amplitud angular, Teorema de Pitágoras, Trigonometría, Teorema de Thales, etc.)		
...Probabilidad		
...Estadística		
...Álgebra		

D5. Para el trabajo en el aula: con qué frecuencia usted...

	Todos los días	Algunas veces a la semana	Algunas veces al mes	Nunca
...elabora materiales didácticos digitales para resolver una situación del mundo real.				
...propone actividades digitales para resolver una situación del mundo real que bajo de un sitio web educativo.				
...propone actividades digitales que implican la modelización de problemas a través de GeoGebra.				
... propone actividades que implicaran el uso de la PAM				

Sección E: Uso pedagógico de herramientas y plataformas digitales

E1. El uso de herramientas y plataformas digitales para resolver situaciones problemáticas tanto de contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias permite...

	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
...validar e interpretar un modelo.				
...visualizar y reconocer los conceptos matemáticos que encubre la situación para desarrollar un modelo				
...simular situaciones contextualizadas				
...ampliar la comprensión de las situaciones problemáticas				
...ampliar las posibilidades de experimentar con las situaciones problemáticas				
...investigar representaciones múltiples				

E2. El uso pedagógico de herramientas y plataformas digitales permite...

	Muy en desacuerdo	En desacuerdo	De acuerdo	Muy de acuerdo
...al estudiante demostrar si aprendió un concepto o procedimiento.				
...al estudiante mejorar la comprensión de una actividad contextualizada en la que haya aplicado un concepto				
...al profesor comprobar si el estudiante es capaz de desarrollar nuevas habilidades				
...al profesor motivar a los estudiantes para aprender				
...al profesor generar un ámbito de investigación y descubrimiento				

Sección F: Invitación a participar

Si usted está interesada/o en participar de una entrevista para profundizar sobre esta temática y aportar aún más en la investigación, le agradecería ingrese su nombre y email para contactarla/o y coordinar un encuentro.

¡Muchas gracias por su tiempo, colaboración y aportes!

Anexo 2. Dimensiones, variables y tipo de pregunta del cuestionario

Tabla 35

Dimensiones y tipos de preguntas del cuestionario

Dimensión	Descripción de la variable	Ítem	Tipo de pregunta
Perfil profesional	Género, Edad, Experiencia docente, Subsistema, Tipo de institución, Título, Posgrado	Del 1 al 7	Dicotómicas, politómicas y cuantitativas
Propósito de la enseñanza de la Matemática	La enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico debe... Los procesos generales que debería tener presente el profesor cuando planifica y propone actividades para sus alumnos son...	Del 8 al 18	Escala Likert
Actividades de enseñanza basadas en Modelación Matemática	Considera usted que desarrolla actividades que promueven la Modelación Matemática utilizando herramientas y plataformas digitales ¿Qué herramientas y plataformas digitales utiliza que promueven la Modelación Matemática? Describa, brevemente, una actividad de enseñanza con herramientas y plataformas digitales que promueva la Modelación Matemática que haya desarrollado en su curso:	19, 20 y 21	Escala Likert, preguntas abiertas
Aplicaciones para la enseñanza de la Matemática	En el aula, ¿con que frecuencias utiliza las siguientes aplicaciones? (opciones) Específicamente en GeoGebra, indique si utiliza recursos de las siguientes unidades temáticas: (opciones) Para el trabajo en el aula: con qué frecuencia usted...(opciones)	Del 22 al 51	Escala Likert Dicotómica

Uso pedagógico de las herramientas digitales	El uso de herramientas y plataformas digitales para resolver situaciones problemáticas tanto de contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias permite...(opciones)	Del 52 al 62	Escala Likert
	El uso pedagógico de herramientas y plataformas digitales permite...(opciones)		

Fuente: Elaboración personal

Anexo 3. Planilla de validación de cuestionario (PVC)

Encuesta sobre las estrategias de enseñanza con herramientas digitales que promueven la Modelación Matemática

Sección	Suficiencia		Claridad		Coherencia		Relevancia		Observación (correcciones-sugerencias-comentarios)
	Si	No	Si	No	Si	No	Sí	No	
1 Título									
2 Perfil									
3.1									
3.2									
4.1									
4.2									
4.3									
5.1									
5.2									
5.3									
5.4									
5.5									
6,1									
6.2									
7.1									

Observaciones o comentarios generales:

Anexo 4. Pauta de entrevista a expertos

Tabla 36

Temas y preguntas dinámicas de la pauta de entrevista a expertos

Temas	Preguntas dinámicas de entrevista
Valoración general de la inclusión de las herramientas digitales en la enseñanza	¿Qué beneficio crees que le aporta el uso de las herramientas digitales a los procesos de enseñanza y aprendizaje?
Enseñanza mediada con herramientas digitales	¿Consideras que el uso de las herramientas digitales ha modificado la forma de enseñar? ¿Has observado cambios en el desarrollo de habilidades y destrezas relacionadas con la resolución de problemas?
Uso de software específico para la enseñanza de la Matemática	¿Qué herramientas digitales conoces que sirvan como apoyo para la enseñanza de la Matemática? ¿Qué opinión te merecen? ¿Alguna se destaca por su potencial para experimentar e investigar con situaciones problemáticas más que por ejercitar un algoritmo o concepto?
Uso de las herramientas digitales para promover la Modelación Matemática	Te voy a leer la definición de Modelación Matemática que se ha tenido en cuenta para este trabajo. <i>Modelación Matemática: es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representan un fenómeno o situación tanto de contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias con el fin de favorecer la comprensión y la resolución de la situación</i> ¿Cómo pueden las herramientas digitales contribuir a desarrollar prácticas de enseñanza promotoras de la Modelación Matemática?

Fuente: Elaboración personal

Anexo 5. Guion de entrevista a profesores

Fecha de realización de la entrevista:

Hora de inicio:

Hora de finalización:

A. Creencias que los docentes tienen sobre la enseñanza de la Matemática y el uso de herramientas digitales para modelar situaciones problemáticas

1. A tu entender, ¿en qué consiste enseñar Matemática en el Ciclo Básico de Educación Media?
2. ¿Cuál es tu visión respecto a enseñar Matemática a través de la resolución de situaciones problemáticas?
3. Con respecto a las herramientas digitales, ¿cómo crees que afecta su uso a los procesos de enseñanza y de aprendizaje?
4. ¿Qué tipos de actividades son las utilizadas por ti cuando trabajas con herramientas digitales?
5. ¿Qué elementos buscas en una herramienta digital para considerar su uso en el aula?
6. ¿Cómo crees que las experiencias con tecnología digital que has ido incorporando durante el trayecto de tu formación, determinan la manera en que encaras la enseñanza de la Matemática en el Ciclo Básico?

Te voy a recordar la definición de Modelación Matemática que se ha tenido en cuenta para este trabajo.

Modelación Matemática: es un conjunto de símbolos y relaciones matemáticas que representan un fenómeno o situación tanto de contextos cotidianos, sociales y culturales de los estudiantes como de otras ciencias con el fin de favorecer la comprensión y la resolución de la situación

7. ¿Utilizas actividades en las que se modeliza alguna situación? ¿Cuál es tu visión respecto a la importancia de modelizar?
8. ¿Cómo piensas que las herramientas digitales pueden ayudar a los estudiantes a modelar situaciones problemáticas?

B. Estrategias basadas en el uso de herramientas digitales que desarrollan los docentes en su práctica cotidiana de enseñanza

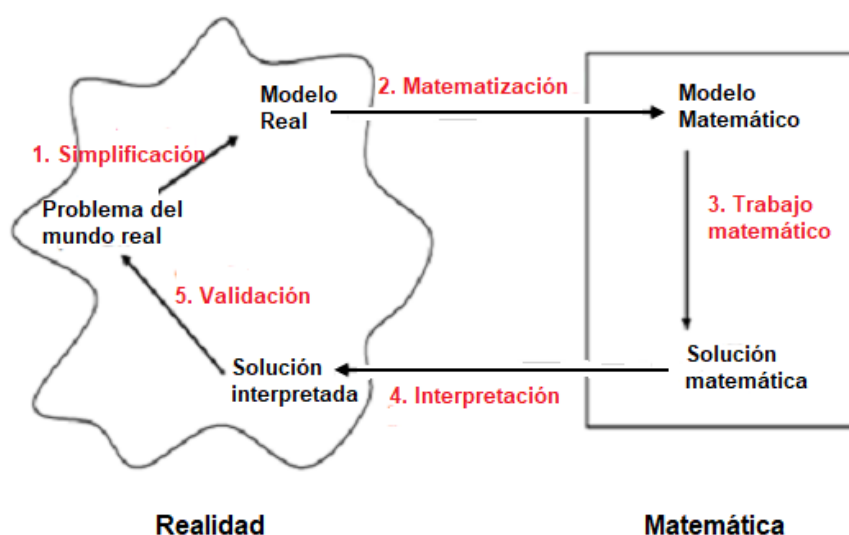
1. Me gustaría que me contaras cuál fue la clase que hayas dado en Ciclo Básico, con herramientas digitales, que más te gustó.
2. ¿La actividad la diseñaste tu o utilizaste una que ya está en un sitio web? ¿Cuál fue la modalidad de trabajo que llevaste adelante? ¿Cuál fue tu rol durante esa actividad?
3. ¿De qué fuentes seleccionas los recursos digitales que utilizas en tus clases? ¿A qué repositorios de contenidos digitales sueles recurrir?
4. ¿Has desarrollado recursos digitales propios (como por ejemplo applets, simuladores de GeoGebra, videos, series interactivas de ThatQuiz u otras), para trabajar con tus estudiantes? ¿Puedes describir alguno de esos recursos?
5. ¿Utilizas la Plataforma PAM? ¿Con qué propósito la usas? ¿Me puedes describir fortalezas y debilidades del uso de PAM?
6. ¿Utilizas las series de PAM con tus alumnos? ¿Con qué frecuencia incluyes en las series diseñadas, situaciones problemáticas contextualizadas (ocasionalmente, habitualmente, sistemáticamente en todas las clases)? ¿Con qué objetivos las utilizas?
7. ¿Propones situaciones problemáticas, que incorporan experiencias de la vida cotidiana de los alumnos, en las que utilices algún recurso digital? ¿Podrías narrar una de ellas? ¿Qué alcances y limitaciones tiene para el aula este tipo de tarea?
8. ¿Has participado en algún proyecto interdisciplinar que integre el uso de herramientas digitales para organizar e interpretar información y datos de la Matemática? ¿Me podrías contar sobre esta integración?
9. ¿Qué usos haces (si los haces) de GeoGebra?
10. ¿Has utilizado GeoGebra para modelar algunas situaciones problemáticas? ¿Podrías contarme sobre la situación y como GeoGebra ayudó al modelado? ¿Cuáles son las ventajas que tiene este software?
11. ¿Has utilizado GeoGebra para modelar situaciones a la interna de la Matemática (situaciones intramatemáticas)? ¿Me podrías contar alguna de estas situaciones? ¿Y para simular movimientos o formas?
12. Al desarrollar actividades de enseñanza que incluyen la modelación de situaciones con herramientas digitales, ¿cuáles son (si los hay) los mayores obstáculos que enfrentas? ¿A qué los atribuyes? ¿Cómo intentas superarlos?

C. Inclusión y uso de herramientas digitales en el proceso de enseñanza de la Modelación Matemática

1. Ahora voy a entregarte una lámina en la que se puede ver el Ciclo de Modelación propuesto por Maaß (2006) y cinco tarjetas que describen cada una de las etapas del ciclo.
2. Me gustaría que ordenes las tarjetas de la etapa que más puede ser potenciada por las herramientas digitales a la que menos

Lámina y tarjetas para entregar al entrevistado

Ciclo de modelación de Maaß



Fuente: (Maaß, 2006)

1.Simplificación. Para abordar la situación se deben hacer algunas consideraciones que permiten simplificar el problema real.

2.Matematización (horizontal) Reconoce que conceptos matemáticos pueden ajustarse a la situación y así producir procesos de abstracción continua en los que progresivamente la realidad va quedando atrás para dar paso a un problema matemático.

3.Trabajo matemático (matematización vertical). Se procede a resolver el problema matemático y se obtienen resultados.

4.Interpretación. Interpretar los resultados encontrados y comprobar que tengan sentido en la situación real.

5.Validación. Se deben validar los resultados en el problema que dio origen ciclo.

Anexo 6. Planilla de validación de contenido del guion de entrevista (PVGE)

**Estrategias de enseñanza y creencias docentes sobre la enseñanza de la Matemática
mediadas con herramientas digitales y promotoras de la MM**

Identificación personal y profesional del entrevistado:									
Sección Pregunta	Suficiencia		Claridad		Coherencia		Relevancia		Observación (correcciones-sugerencias- comentarios)
	Si	No	Si	No	Si	No	Sí	No	
A.1									
A.2									
A.3									
A.4									
A.5									
A.6									
A.7									
A.8									
B.1									
B.2									
B.3									
B.4									
B.5									
B.6									
B.7									
B.8									
B.9									
B.10									
B.11									
B.12									
C.1									

Anexo 7. Guía de observación no participante de clase

GUÍA DE OBSERVACIÓN DE CLASE

Contextualización general

Docente (código):		Institución (código):
Grupo:	N° de alumnos presentes:	
Fecha:	Hora de comienzo:	Hora de finalización:

Diagrama del aula y ubicación de dispositivos tecnológicos

(Releva: ubicación de mobiliario, equipamiento tecnológico fijos y transportables por el docente y los alumnos, distribución de alumnos en el aula)

Presentación del tema

La/el docente explicita el contenido o tema a trabajar

No	Parcialmente	Si

La/el docente promueve la reflexión inicial a partir de

- ideas o conocimientos previos de los alumnos

- experiencias personales de los alumnos

- actividades desarrolladas previamente con tecnología digital

Observaciones:

Presentación de la consigna de trabajo

Se evidencian los contenidos explicitados en la consigna de trabajo

Maneja información procedente de diversos medios (imagen, sonido, texto)

La consigna de trabajo está alojada en una plataforma digital

Especificar:

No	Parcialmente	Si

Se requiere por parte de los alumnos el uso de dispositivos tecnológicos

Especificar:

--	--	--

Se plantean actividades abiertas que permiten a los alumnos escoger el recorrido de acuerdo con sus propios intereses

--	--	--

Observaciones:

Recepción de la propuesta por los estudiantes

Se muestran motivados a participar activamente

Siguen las orientaciones del/la docente para desarrollar las actividades

Acuden a la búsqueda de información a través de recursos digitales

No	Parcialmente	Si

Secuenciación de actividades

-- Organización de actividades

Giran en torno a un problema a resolver

Requieren procesos de búsqueda, selección y organización de información mediante el uso de herramientas digitales

Se ponen en juego procesos cognitivos de nivel superior (exploraciones, inferencias, explicaciones, justificaciones, argumentaciones)

No	Parcialmente	Si

-- Uso de herramientas digitales en la construcción del conocimiento

Ofrecen la posibilidad de construir nuevo conocimiento matemático

Se utilizan para la transposición de conocimiento matemático

El énfasis está en la retención de conocimiento matemático

No	Parcialmente	Si

Se utilizan principalmente para:

- actividades de reconocimiento
- actividades de avance
- actividades de cambio

Observaciones:

Cierre de la propuesta

Se realiza una síntesis del tema trabajado

Se proponen aspectos que se derivan de lo trabajado que deban ser resueltos mediante el uso de recursos digitales

Se sugieren otros posibles problemas ampliatorios que habrán de explorar los alumnos con el uso de recursos digitales

No	Parcialmente	Si

Observaciones:

Anexo 8. Formación académica y perfil profesional de los especialistas

Tabla 37

Formación académica y perfil profesional

Experticia	Formación académica	Perfil profesional
Tecnología Educativa	Experto 1 (E1) - Doctorado en Psicología de la Universidad de Girona. - Magíster en Educación. - Sociólogo de la Universidad de Chile.	- Ministerio de Educación de Chile - Cargo de gestión en el programa Enlaces (Chile)
	Experto 2 (E2) - Especialización en tecnología educativa. - Licenciado en Historia de la Pontificia Universidad Católica de Chile.	- Biblioteca del Congreso Nacional de Chile - Consultor para la UNESCO de Recursos Educativos Abiertos.
Enseñanza de la Matemática	Experto 3 (E3) - Magister en Educación de la Universidad ORT Uruguay. - Profesor de Matemática	- Supervisor - Especialista
	Experto 4 (E4) - Especialización en evaluación estandarizada - Profesora de Matemática.	- PISA Uruguay
	Experto 5 (E5) - Diploma en Didáctica de la Matemática - Profesora de Matemática	- Contendista del portal Uruguay Educa en el área Matemática. - Especialista en el diseño de materiales digitales para la enseñanza de la asignatura.

Fuente: Elaboración personal

Anexo 9: Acta N°29/Resolución 69/Exp.3/1205/2020

Acta N°29

Res. 69

Exp.3/1205/2020

Montevideo, - **3 AGO. 2020**

VISTO: Las presentes actuaciones mediante las cuales el Profesor Jorge Gustavo **BENTANCOR BIAGAS**, C.I. 1.952.335-6, solicita autorización para llevar a cabo el Proyecto "**Valoración del uso pedagógico de herramientas y plataformas digitales para la enseñanza de la Modelación Matemática en el Ciclo Básico de Educación Secundaria**".

CONSIDERANDO: I) Que este trabajo se enmarca en el postgrado "Doctorado en Educación", programa impartido por el Instituto de Educación de la Universidad ORT Uruguay, reconocido por el Ministerio de Educación y Cultura, y tiene como tutores al Dr. Pablo Rivera Vargas y al Dr. Martín Solari Buela;

II) que la dinámica del Proyecto consta de tres instancias; en la primera se invitará a Docentes de la asignatura Matemáticas de Ciclo Básico de Montevideo a participar de una encuesta online; en la segunda se realizarán entrevistas en profundidad a aproximadamente 15 Profesores y para finalizar se realizará un observación no participante de las clases de tres docentes que hayan cumplido con las etapas anteriores y tengan interés por compartir alguna de sus prácticas con herramientas digitales;

III) que en tal sentido, en la instancia de observación no participante el encargado del proyecto tomará contacto con tres Liceos de Montevideo (aquellas Instituciones donde dicten clases los tres docentes seleccionados), pero en ningún momento recogerá información de los alumnos, ni de su rendimiento y se guardará el anonimato de los docentes;

IV) que asimismo, al finalizar la investigación elaborará un informe en el que recogerá los principales hallazgos para ser presentados ante la Inspección de Matemática y adicionalmente ofrece la realización de un seminario para los Docentes de la Asignatura;

ADMINISTRACIÓN NACIONAL DE EDUCACIÓN PÚBLICA

V) que a fs. 4 la Inspección de Matemática toma conocimiento, reconoce la importancia que tiene esta investigación y al igual que la Inspección Coordinadora Regional Metropolitana I (fs. 5), no opone reparos a lo solicitado;

VI) que de fs. 7 a 13 luce el detalle del cuestionario y la pauta de la entrevista a ser aplicada.

ATENCIÓN: a lo expuesto.

EL CONSEJO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA RESUELVE:

1) Autorizar al Profesor Jorge Gustavo **BENTANCOR BIAGAS, C.I. 1.952.335-6**, a llevar a cabo el Proyecto "**Valoración del uso pedagógico de herramientas y plataformas digitales para la enseñanza de la Modelación Matemática en el Ciclo Básico de Educación Secundaria**".

2) Encomendar a la Inspección Coordinadora Regional Metropolitana I a llevar a cabo las acciones pertinentes con el responsable del proyecto y con las Direcciones de los Centros Educativos donde dicten clase los docentes seleccionados, a efectos de que las actividades programadas no interfieran en el normal desarrollo de las clases.

3) Hacer saber al Profesor que una vez notificado de la presente Resolución, deberá ponerse en contacto con División Jurídica a fin de proceder a la firma del Acuerdo de Confidencialidad pertinente, requisito obligatorio para dar comienzo a la instrumentación del proyecto.

4) Poner en conocimiento de las Direcciones de los centros educativos involucrados que no podrán autorizar el inicio de las actividades sin la previa presentación del Acuerdo de Confidencialidad oportunamente firmado.

5) Establecer que una vez culminado el Proyecto y previo a cualquier publicación o difusión de los resultados de la investigación que se tenga previsto realizar, se deberá elevar a las Inspecciones de Institutos y Liceos un informe incluyendo las evaluaciones realizadas y las resultancias obtenidas, así como las pertinentes devoluciones a los Liceos que resultan como campo de estudio del mismo.

Comuníquese a la Inspección Coordinadora de Asignaturas y por su intermedio a la Inspección de Matemática.

CONSEJO DE EDUCACIÓN SECUNDARIA

Pase a la Inspección Coordinadora Regional Metropolitana I para conocimiento de las Inspecciones de Institutos y Liceos correspondientes y por su intermedio, notificar al interesado y a los Centros Educativos.

Hecho, siga a División Jurídica a todos sus efectos.

Cumplido, remítase a la Inspección Coordinadora Regional Metropolitana I, quien mantendrá en reserva las actuaciones hasta tanto se dé cumplimiento al numeral 5) de la presente.

Oportunamente, archívese

Dr. Bautista Duhaon
Secretario General
Consejo de Educación Secundaria

Jenifer Cherro
Lic. Prof. Jenifer Cherro
Directora General
Consejo de Educación Secundaria

DEPTO. SECRETARIA
MESA DE ENTRADA
10 ABR. 2020
Fecha: 9.40 hs

COMUNICACIONES
Entró 10/02/2020 16:16. MF
Salió 11/02/2020 11:20 LFM

DEPTO. SECRETARIA
SECCION COMUNICACIONES
Y NOTIFICACIONES

Fecha: 10/02/2020

OF. 2278

-- Insp. Coord. Ases.

Mariana Fernández Lukian
Mariana FERNANDEZ LUKIAN
Adm. Grd. 2
Secc. Comunicaciones y
Notif. Depto. de Secretaria

Anexo 10: Acuerdo de Confidencialidad



A N E P

DIRECCION GENERAL DE EDUCACION SECUNDARIA

ACUERDO DE CONFIDENCIALIDAD.- En la ciudad de Montevideo, el diecisiete de febrero de dos mil veintiuno, entre **POR UNA PARTE:** La Lic. Prof. Jenifer del Rosario Cherro Pintos, titular de la Cédula de Identidad N° 1.799.198-5, en su carácter de Directora General, en nombre y representación de la Dirección General de Educación Secundaria, con domicilio en la calle Rincón 690 de esta ciudad, y **POR OTRA PARTE:** El Prof. Jorge Gustavo Bentancor Biagas, oriental, mayor de edad, titular de la Cédula de Identidad N° 1.952.335-6, casado en primeras nupcias con Graciela Piriz Labrea, domiciliado en la calle Yapeyú Manzana 80 Solar 15 Ruta Interbalnearia km 40.200 Marindia, Departamento de Canelones, convienen: **PRIMERO: Antecedentes.**- I) Por expediente N° 3/1205/2020 el Prof. Jorge Gustavo Bentancor Biagas, solicita autorización para realizar un trabajo de investigación educativa denominado: "Valoración del uso pedagógico de herramientas y plataformas digitales para la enseñanza de la Modelación Matemática en el Ciclo Básico de Educación Secundaria".el cual implicará la recolección de información mediante encuestas, entrevistas,y observaciones no participantes de clase a docentes interesados en participar en la investigación.- II) Por Resolución del Consejo de fecha 3 de agosto de 2020 recaída en el expediente mencionado, se autorizó al docente a llevar a cabo el Proyecto citado y se dispuso la firma del presente Acuerdo de Confidencialidad.- **SEGUNDO: Objeto:** En virtud de la realización del trabajo de investigación antes mencionado el Prof. Jorge Gustavo Bentancor Biagas se obliga a mantener bajo el más estricto secreto profesional toda la información confidencial a la que acceda, así como la información relativa a datos personales que pueda llegar a su conocimiento, comprometiéndose a no divulgarla, publicarla,cederla, revelarla, ni de otra forma directa o indirecta ponerla a disposición de terceros, ni total, ni parcialmente, y cumplir esta obligación incluso con sus propios familiares u otros miembros del Organismo que no estén autorizados a acceder a la citada información, sin el previo consentimiento por escrito del Consejo de Educación Secundaria, y a usarla unicamente para el propósito autorizado.- **TERCERO: Información confidencial.**- A los efectos del presente

magnéticos o en cualquier otra forma tangible en virtud de su vinculación con el Consejo de Educación Secundaria a los efectos de implementar el proyecto de investigación autorizado. No se considerará información confidencial toda la que fuere del dominio público.- **CUARTO: Obligaciones:** El Prof. Jorge Gustavo Bentancor Biagas, se obliga especialmente a: 1) mantener estricta y absoluta confidencialidad y reserva respecto de toda la información o conocimiento a la que acceda conforme a lo estipulado en el presente, 2) adoptar las medidas de seguridad que sean razonables y prudentes para proteger la información referida y, en particular, aquella que se califique como reservada o confidencial, atendiendo a las disposiciones legales vigentes, Dichas medidas tendrán por objeto evitar su adulteración, pérdida, consulta o tratamiento no autorizado, así como detectar desviaciones de información, intencionales o no, ya sea que los riesgos provengan de la acción humana o del medio técnico utilizado, 3) utilizar la información confidencial a la que acceda solamente para el fin establecido, quedando prohibido todo uso o reproducción para su beneficio propio o de terceros, 4) informar al Consejo de toda divulgación de información confidencial no autorizada de la que tuviera conocimiento, 5) una vez culminado el proyecto y previo a cualquier publicación o difusión de los resultados de la investigación deberá elevar a la Inspección de Institutos y Liceos de la Inspección Coordinadora Regional Metropolitana I, un informe incluyendo las evaluaciones realizadas a los docentes participantes, y las resultancias obtenidas así como las pertinentes devoluciones al Liceo que resulte campo de estudio del mismo.- 6) exonerar al Consejo de cualquier responsabilidad ante eventuales violaciones a la información obtenida en ocasión de este Acuerdo, incluyendo la divulgación, o mal uso de la misma durante su desarrollo.- **QUINTO: Propiedad de la información.-** La información a la que acceda el Prof. Jorge Gustavo Bentancor Biagas, en virtud del presente acuerdo con excepción de los datos personales, seguirá siendo propiedad del Consejo de Educación Secundaria y solo podrá usarla de la manera y para el propósito autorizado, no otorgándole de manera expresa ni implícita derecho intelectual o de propiedad alguno. En caso que fuere autorizado a reproducir total o parcialmente la información confidencial, todas las reproducciones, sean totales o parciales y cualquiera sea el formato en que se registren deberán hacer expresa mención a la propiedad intelectual del Consejo sobre la información contenida en ellas,



A N E P

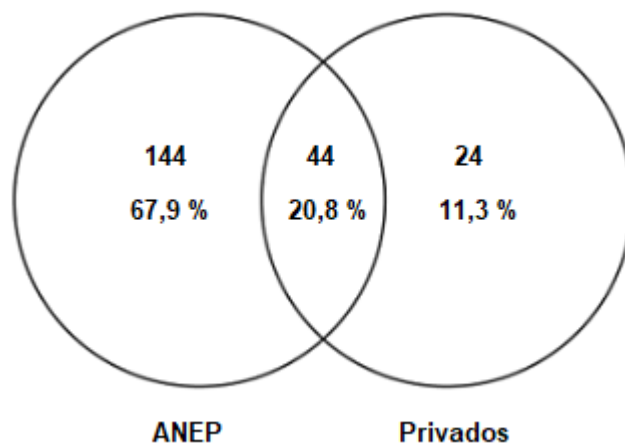
DIRECCION GENERAL DE EDUCACION SECUNDARIA

contando con anuncios de confidencialidad y manteniendo las leyendas que contenga la información original, salvo autorización escrita en contrario.- **SEXTO: Vigencia:** El Prof. Jorge Gustavo Bentancor Biagas garantiza que una vez finalizado el proyecto de investigación mantendrá vigente su deber de secreto profesional respecto a la información recibida y en especial a datos personales a que haya tenido acceso durante la realización del mismo.- **SEPTIMO: Declaraciones.-** El Prof. Jorge Gustavo Bentancor Biagas, declara conocer y comprometerse a dar cumplimiento a las disposiciones de la ley 18331 del 11 de agosto de 2008, su Decreto Reglamentario N° 414/09 de 31 de agosto de 2009 y ley 18.381 del 17 de octubre de 2008 y su Decreto Reglamentario 232/2010 de 2 de agosto de 2010 y demás normas concordantes.- **OCTAVO.-Responsabilidad:** El firmante será responsable de toda violación del presente Acuerdo, sea que la misma ocurra como resultado de una acción u omisión, tanto propia como de cualquier persona que hubiera adquirido información confidencial por o a través del firmante sin el previo consentimiento expreso y por escrito del Consejo.- Asimismo el Consejo de Educación Secundaria se reserva el derecho de auditar y controlar el cumplimiento de las obligaciones asumidas en el presente, así como de supervisar las actividades que involucren el manejo de la información confidencial.- **NOVENO: Incumplimiento:** En caso de incumplimiento del presente acuerdo, lo que será considerado como falta grave, el Consejo de Educación Secundaria queda facultado para disponer las medidas legales y/o reglamentarias que por derecho correspondan así como a iniciar el correspondiente procedimiento disciplinario en caso de funcionarios dependientes del mismo.- Todo ello sin perjuicio de las acciones civiles y/o penales que pudieren corresponder.- La divulgación o uso de la información en infracción del presente acuerdo será considerado como causal de indemnización por daños y perjuicios.- **DECIMO: Domicilio:** A los efectos del presente Acuerdo las partes fijan como domicilios especiales los indicados como suyos en la comparecencia

Anexo 11: Docente encuestados por sector en números absolutos y porcentaje

Figura 31

Docentes encuestados por subsistema



Fuente: Elaboración personal

Anexo 12: Perfil socio-profesional de los docentes

Género

Con base a las respuestas formuladas por los profesores, se observa una clara feminización de la profesión, lo que coincide con el último censo nacional docente y con la tendencia a nivel mundial. En Uruguay, el porcentaje de mujeres que se desempeña en la enseñanza media representa: el 71,1% del total de los docentes en la DGES y baja sensiblemente al 59,5% en la DGETP (ANEP, 2018).

A continuación, se presenta la Tabla 38 que recoge la distribución del profesorado de Matemática que participó de la investigación, según género.

Tabla 38

Distribución del profesorado según género. En porcentaje

Género	DGES	DGETP	Privados	Total
Femenino	71,9	66,7	72,1	70,8
Masculino	28,1	33,3	27,9	29,2
Otro	0,0	0,0	0,0	0,0
Total	100	100	100	100

Fuente: Elaboración personal

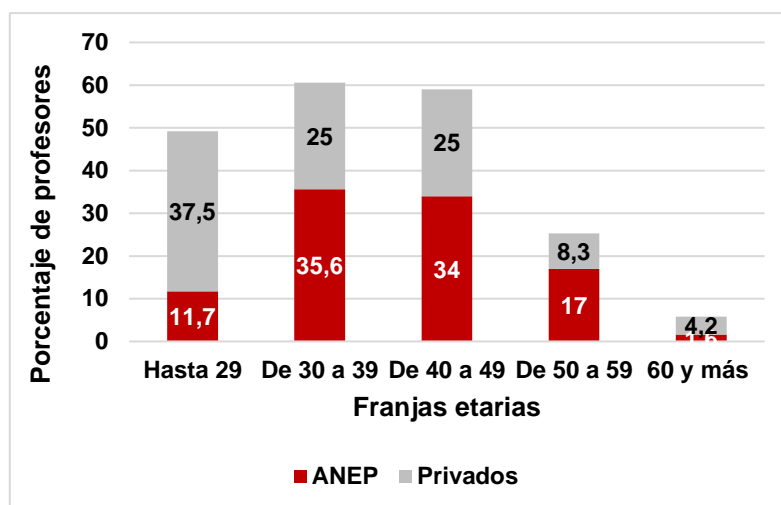
Distribución de la edad del profesorado

Del mismo modo que se realizó el estudio de la distribución de la edad del profesorado en el Censo Nacional Docente 2018 de la ANEP, se decidió agrupar las edades de los profesores en cinco grupos etarios: hasta 29 años, de 30 a 39 años, de 40 a 49 años, de 50 a 59 años y 60 y más años (ANEP, 2018).

Seguidamente presentamos, la Figura 32 en la que se puede ver los porcentajes de profesores desagregados según grupo etario y la Tabla 39 en la que presentamos las medidas de centralización y dispersión de la variable edad.

Figura 32

Distribución del total de profesores según edad



Fuente: Elaboración personal

Tabla 39

Indicadores de edad

Medidas	ANEP	Privados	Total
Media Aritmética	40,4	35,2	39,8
Mediana	40,0	34,0	40,0
Desviación estándar	9,10	12,4	9,6

Fuente: Elaboración personal

Experiencia como profesor de Matemática

Tabla 40

Indicadores de la experiencia docente

Medidas	ANEP	Privados	Total
Media Aritmética	13,2	12,5	12,9
Mediana	12,0	10,0	12
Desviación típica	8,3	10,0	8,7

Fuente: Elaboración personal

Formación profesional del profesorado de Matemática

La Tabla 41 muestra el porcentaje de profesores titulados y no titulados desagregados por tipo de institución que participaron del estudio.

Tabla 41

Profesores de Matemática titulados y no titulados. En porcentaje

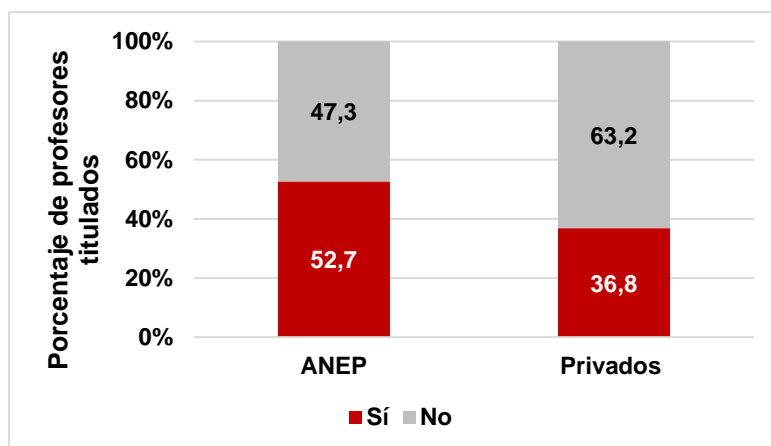
Titulación	ANEP	Privados	Total
Sí	52,7	36,8	50,5
No	47,3	63,2	49,5
Total	100	100	100

Fuente: Elaboración personal.

Un poco más de la mitad de los profesores que participaron de este estudio, 50,5% tiene su título de profesor de Matemática. Este porcentaje es similar a las cifras reportadas por el INEE (2018), donde según este reporte se ubica en el 49,5%.

Figura 33

Profesores de Matemática según titulación específica



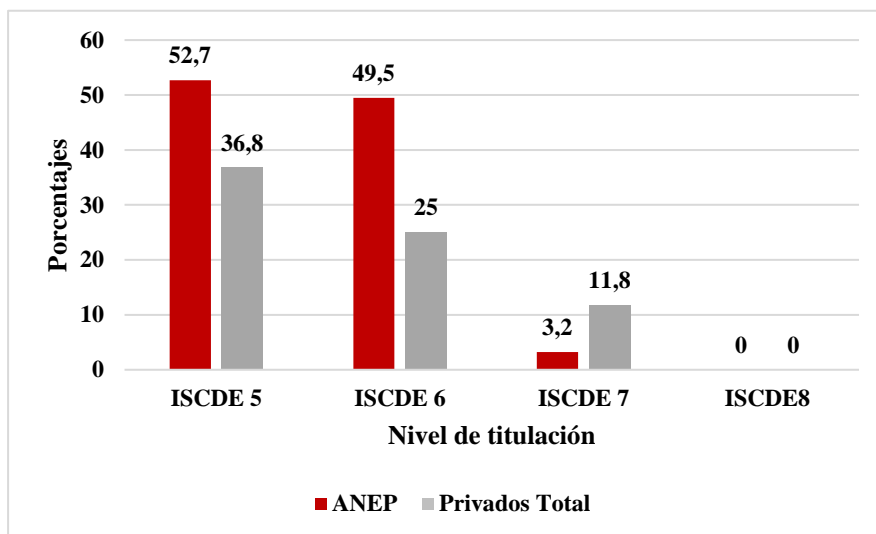
Fuente: Elaboración personal

Para lograr una mejor comprensión de la formación profesional de los docentes de este estudio, se utilizó la escala ISCED 2017 con el propósito de visualizar en un único diagrama la formación de grado, posgrados, maestrías y doctorados. La escala cuenta con 9 niveles, pero son los niveles 5, 6, 7 y 8 los que permiten identificar la formación terciaria. En la Figura

34 se han representado en un mismo diagrama el nivel ISCED 5 que corresponde a las formaciones vinculadas con la práctica y tienen una duración inferior a 4 años, el nivel ISCED 6 incluye aquellas carreras de grado, licenciaturas o equivalentes, diplomas, el nivel ISCED 7 corresponde a posgrados de maestría y el nivel ISCED 8 al doctorado.

Figura 34

Formación de los docentes en diplomas, maestrías y doctorados. En porcentaje



Fuente: Elaboración personal

Carácter del cargo como profesor de Matemática

En la Tabla 42 se muestra cómo se distribuye la variable carácter del cargo de los docentes que participaron de la investigación y que se desempeñan en el sistema público. Se puede observar que casi la mitad de estos docentes son efectivos en la DGES y la cuarta parte en la DGETP y que el porcentaje de habilitado en DGETP cuadruplica a los de la DGES.

Tabla 42

Distribución del carácter del cargo en las instituciones públicas

	Efectivos	Interinos	Suplentes	Habilitados
DGES	49	44,4	2	4,6
DGETP	25,8	54,8	3,2	16,2

Fuente: Elaboración personal

Anexo 13: Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según grupo etario

Tabla 43

Prueba de chi-cuadrado: “frecuencia con la que los profesores de Matemática desarrollan actividades con herramientas digitales para promover la MM” y “grupo etario”

	Valor	gl	Sig. Asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	11,015 ^a	4	,026
Razón de verosimilitud	11,057	4	,026
Asociación lineal por lineal	3,180	1	,075
N de casos válidos	212		

a. 0 casillas (0,0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 7.71

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 44

Medidas simétricas de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal - Gamma	,192	,100	1,903	,057
N de casos válidos	212			

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 45

Medidas direccionales de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal – d de Somers Simétrico	,124	,065	1,903	,057
VAR00002 dependiente	,125	,066	1,903	,057
VAR00001 dependiente	,124	,065	1,903	,057

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Anexo 14: Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según experiencia docente

Tabla 46

Prueba de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. Asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	13,277 ^a	4	,010
Razón de verosimilitud	12,848	4	,012
Asociación lineal por lineal	1,690	1	,194
N de casos válidos	212		

a. 1 casilla (11,1%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 4,71

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 47

Medidas simétricas de asociación entre las variables

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal - Gamma	,133	,108	1,221	,222
N de casos válidos	212			

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 48

Medidas direccionales de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal – d de Somers Simétrico	,084	,068	1,221	,222
VAR00002 dependiente	,082	,067	1,221	,222
VAR00001 dependiente	,085	,070	1,221	,222

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Anexo 15: Frecuencia con la que los profesores desarrolla actividades que promueven la MM utilizando herramientas digitales según estudios de posgrado

Tabla 49

Prueba de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. Asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	19,839 ^a	4	,001
Razón de verosimilitud	22,412	4	,000
Asociación lineal por lineal	6,399	1	,011
N de casos válidos	212		

a. 2 casilla (22,2%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 2,09

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 50

Medidas simétricas de asociación entre las variables

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal - Gamma	,431	,100	3,734	,000
N de casos válidos	212			

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 51

Medidas direccionales de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal – d de Somers Simétrico	,190	,048	3,734	,000
VAR00002 dependiente	,146	,040	3,734	,000
VAR00001 dependiente	,273	,068	3,734	,000

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Anexo 16: Habilidad digital para promover la MM según experiencia docente

Tabla 52

Prueba de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. Asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	11,900 ^a	4	,018
Razón de verosimilitud	12,177	4	,016
Asociación lineal por lineal	,001	1	,976
N de casos válidos	212		

a. 0 casillas (0%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 5.73

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 53

Medidas simétricas de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal - Gamma	-,042	,114	-,367	,713
N de casos válidos	212			

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 54

Medidas direccionales de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal – d de Somers Simétrico	-,026	,070	-,367	,713
VAR00002 dependiente	-,026	,071	-,367	,713
VAR00001 dependiente	-,026	,070	-,367	,713

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Anexo 17: Habilidad digital para promover la MM según tipo de gestión de la institución en la que se desempeña el docente

Tabla 55

Prueba de chi-cuadrado para las variables “habilidad digital para promover la MM” y “tipo de gestión”

	Valor	gl	Sig. Asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	23,047 ^a	4	,000
Razón de verosimilitud	20,928	4	,000
Asociación lineal por lineal	,865	1	,352
N de casos válidos	212		

a. 1 casillas (11,1%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 6.16

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 56

Medidas simétricas de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Aprox. Sig
Nominal por nominal – V de Cramer	,233	,000
N de casos válidos	212	

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 57

Medidas direccionales de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Nominal por nominal – Lambda Simétrico	,029	,029	1,002	,316
VAR00002 dependiente	,000	,000	^c	^c
VAR00001 dependiente	,052	,050	1,002	,316

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

c. No se puede calcular porque el error estándar asintótico es igual a cero

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Anexo 18: Habilidad digital para promover la MM según estudios de posgrado

Tabla 58

Prueba de chi-cuadrado

	Valor	gl	Sig. Asintótica (2 caras)
Chi-cuadrado de Pearson	14,195 ^a	4	,007
Razón de verosimilitud	16,807	4	,002
Asociación lineal por lineal	12,534	1	,000
N de casos válidos	212		

a. 1 casillas (11,1%) han esperado un recuento menor que 5. El recuento mínimo esperado es 4.38

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 59

Medidas simétricas de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal - Gamma	,523	,104	3,965	,000
N de casos válidos	212			

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Tabla 60

Medidas direccionales de asociación entre las variables consideradas

	Valor	Error estándar asintótico ^a	Aprox. S ^b	Aprox. Sig
Ordinal por ordinal – d de Somers Simétrico	,229	,053	3,965	,000
VAR00002 dependiente	,178	,044	3,965	,000
VAR00001 dependiente	,320	,073	3,965	,000

a. No se supone la hipótesis nula

b. Utilización del error estándar asintótico que asume la hipótesis nula

Fuente: Elaboración personal a partir del análisis en SPSS

Anexo 19: Recursos alojados en la plataforma Crea por los docentes visitados

The screenshot shows the ANEP platform interface. At the top, there are navigation tabs for 'CURSOS', 'GRUPOS', and 'RECURSOS'. A search bar and utility icons are on the right. The main content area displays the course title '1 - 1 (Ref. 2006): MATEMATICA' and 'Conjuntos numéricos'. A 'Siguiente' button is visible. On the left, a sidebar menu includes 'Materiales', 'Actualizaciones', 'Miembros', 'Conferencias', and 'Información'. The main content area lists resources: a PDF file 'Conjuntos Numéricos. 1er año.pdf' (283 KB) and a 'Cuestionario' with instructions and a deadline of Friday, April 22, 2021, at 11:59 pm.

The screenshot shows the ANEP platform interface for the course 'GeoGebra para todos : Una primera aproximación'. The top navigation is similar to the previous screenshot. The main content area features a Genially presentation titled 'RECORRIDO DEL CURSO' (Course Overview). The presentation includes a title slide 'Curso GeoGebra para todos' and several content cards: 'Acercas del curso', 'Foro de dudas', 'MÓDULO 0', 'MÓDULO 1', 'MÓDULO 2', 'Materiales', and 'Solicitud de certificado'. A sidebar on the left contains a menu with 'Materiales', 'Actualizaciones', 'Calificaciones', 'Desempeño', 'Miembros', 'Conferencias', and 'Información'. The 'Información' section lists evaluation periods for the years 2019, 2020, and 2021. On the right, there is a section for 'Actividades próximas' (Next activities) which currently shows 'No hay tareas o eventos' (No tasks or events).

Fuente: Elaboración personal a partir de materiales compartido por los docentes